ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 AVRIL 1949.

PRÉSIDENCE DE M. Henri VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur une particularité des courants de la Manche.* Note de M. **Donatien Cot.**

On admet généralement que, dans le cas d'une marée semi-diurne, comme celle qui se manifeste sur les côtes Ouest de la France, la vitesse maxima du courant, de même que la surélévation, est proportionnelle au coefficient C de la marée, donné dans les annuaires pour le demi-jour considéré. Cependant, il résulte des observations effectuées en 1921-1922 au large de Cherbourg sous la direction de M. A. Courtier [1] que la vitesse maxima est, dans cette région, proportionnelle à $\sqrt{C}$, alors que l'amplitude est proportionnelle à C. Je me propose de montrer que la théorie permet de donner une interprétation de cette particularité, contrairement à ce que l'on a supposé jusqu'ici.

Dans l'amphidromie virtuelle de la Manche [2], le rapport du module $|\dot{u}|$ de la vitesse du courant de marée à celui $|\zeta|$ de la surélévation a pour expression, sur la droite $x = x_0$,

$$(1)\qquad k = \frac{g}{c}\left(\frac{\operatorname{ch}\dfrac{4\omega y}{c} + \cos\dfrac{2\mu x_0}{c}}{\operatorname{ch}\dfrac{4\omega y}{c} - \cos\dfrac{2\mu x_0}{c}}\right)^{\frac{1}{2}},$$

la position du point étant rapportée à un système d'axes rectangulaires ayant pour origine le point amphidromique A situé dans le Sud-Est de Bristol, l'axe des x étant l'axe de symétrie cotidale orienté vers Londres et la partie positive de l'axe des y étant dirigée vers le Nord de l'Angleterre.

Sous cette forme, k paraît ne dépendre que de la position du point et non de

(1) Cf. *Annales hydrographiques*, vol. de 1923-1924.

(2) *Cf.* E. Fichot, *Annales du Bureau des Longitudes*, vol. 12, Chap. V (en cours de publication, tirage à part de 1941).

l'amplitude. Il s'ensuivrait que $|\dot{u}|$ serait proportionnel à $|\zeta|$ et l'on a pu en conclure que l'intensité du courant dans la Manche est approximativement proportionnelle au coefficient de la marée. Mais il y a lieu de noter que, si l'accélération g de la pesanteur, la célérité c des deux ondes antagonistes de période commune $2\pi/\mu$, le produit ω de la vitesse angulaire de la rotation terrestre par le sinus de la latitude, ainsi que l'abscisse x_0 du point, sont des quantités que l'on peut considérer comme constantes, l'ordonnée y éprouve des variations lorsque le rapport ρ, inférieur à 1, des amplitudes des deux ondes sur l'axe médian, se modifie. L'axe des x reste, il est vrai, parallèle aux rives du canal schématique, mais sa distance à l'axe médian est fonction du rapport ρ, dont on ne saurait admettre l'invariabilité d'un jour à l'autre, en raison de l'amortissement dû aux frottements, lesquels dépendent de la vitesse des eaux et, par suite, de l'amplitude. Sans action notable dans le cas des marées océaniques, l'influence des frottements ne peut pas être négligée dans les mers étroites et peu profondes, où leur importance est augmentée par la configuration irrégulière du canal, comme c'est le cas pour la Manche.

L'ordonnée de l'axe médian ayant pour expression $(c/4\omega)\log_e\rho$, l'ordonnée variable y du point d'observation sera donnée par

$$y = y_0 + \frac{c}{4\omega}\log_e\frac{\rho}{\rho_0}, \tag{2}$$

d'où l'on tire

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{\frac{4\omega}{c}(y-y_0)}, \tag{3}$$

y_0 et ρ_0 désignant les valeurs de y et ρ correspondant à une valeur convenablement choisie C_0 du coefficient, qui pourra être prise, par exemple, égale à l'unité (ou 100 centièmes dans la phraséologie maritime).

L'équation (1) permet de calculer numériquement k si l'on connaît y. Inversement on pourra, à partir des valeurs de k fournies par l'observation, calculer y d'après (1), que l'on peut écrire

$$\coth\frac{2\omega y}{c} = \left(\frac{\dfrac{k^2c^2}{g^2} - \operatorname{tg}^2\dfrac{\mu x_0}{c}}{1 - \dfrac{k^2c^2}{g^2}\operatorname{tg}^2\dfrac{\mu x_0}{c}}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

ρ/ρ_0 s'obtiendra ensuite à l'aide de (3).

Par suite de la situation géographique de Cherbourg qui se trouve sensiblement sur Ay', partie négative de l'axe des y, l'équation (1) où l'on fait $x_0 = 0$ se simplifie et s'écrit, en considérant que k est une quantité positive

$$k = -\frac{g}{c}\coth\frac{2\omega y}{c}. \tag{5}$$

De (3) et de (5), on déduit

$$\frac{\rho}{\rho_0} = b_0\frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \tag{6}$$

en posant

$$\alpha = \frac{g}{ck} \quad \text{et} \quad b_0 = e^{-\frac{4\omega}{c} y_0} = \frac{1+\alpha_0}{1-\alpha_0},$$

k_0 et α_0 désignant les valeurs de k et α pour $C = C_0$.

Les observations de 1921-1922 ont montré que, au point où ont été faites les mesures, à 3 milles nautiques au large de Cherbourg,

(7) $$k = \frac{k_0}{\sqrt{C}}.$$

On a donc, d'après (6) :

(8) $$\frac{\rho}{\rho_0} = b_0 \frac{1 - \alpha_0\sqrt{C}}{1 + \alpha_0\sqrt{C}}.$$

Les résultats des mêmes observations nous ont permis de calculer la valeur numérique de k_0 qui est : $0{,}58794 \sec^{-1}$, ainsi que, d'après (7), celles de k pour les valeurs de C relatives aux diverses marées observées. On a adopté $2^m{,}80$ pour la surélévation dans une marée de coefficient 1,00.

En possession des valeurs de k, on a calculé les valeurs correspondantes de y d'après la relation (5). Il résulte de ces calculs [3] que, dans l'intervalle $C = 0{,}52$ à $C = 1{,}00$, l'axe cotidal se déplace, en moyenne, d'environ 1550^m vers le Sud, lorsque le coefficient de marée diminue de 0,01. Les variations de l'ordonnée y du point d'observation sont donc importantes, bien que le rapport $\frac{\rho}{\rho_0}$ qui est égal à l'unité pour $C = 1{,}00$ et dont la valeur calculée est de 2,16 pour $C = 0{,}52$ ne varie, dans le même intervalle, que de 0,024 en moyenne, pour une variation de C égale à 0,01.

Le rapport des amplitudes sur l'axe médian augmente quand le coefficient de marée décroît. L'onde venant de la Mer du Nord, qui est la plus faible, serait donc relativement moins affaiblie que l'onde venant de l'Océan, lorsque la marée résultante diminue d'importance. Ce fait pourrait être vraisemblablement attribué aux déperditions de l'énergie qui se produisent dans les zones littorales et fluviales d'une grande étendue, recouvertes par la marée montante.

Les résultats numériques indiqués dans cette Note ont été obtenus en supposant que la marée, au voisinage de Cherbourg, est due à la superposition de deux ondes de Kelvin antagonistes. Il est à craindre que le mouvement des eaux dans cette région (la seule où des mesures précises de courant aient été effectuées et publiées en France, à notre connaissance) ne soit troublé par des phénomènes secondaires dus au saillant constitué par la presqu'île du Cotentin. L'existence de ces derniers peut être mise en évidence grâce à la position

---

(3) Pour les valeurs des constantes, *cf.* notre Note insérée aux *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1061-1062.

approximative de l'axe cotidal donnée par E. Fichot ([4]); on trouve ainsi que l'ordonnée du point P est -162000^{m}. On en déduit, par la relation (5), la valeur 0,61 pour le rapport k. On peut également calculer ce rapport d'après son expression (7) en y faisant $C = 0,94$ qui est le coefficient des marées de vive-eau moyenne, pour lesquelles ont été tracées les lignes cotidales ayant servi à la détermination graphique de l'axe. On trouve ainsi 0,66. L'écart entre ces deux valeurs de k étant assez faible, on peut en conclure que les phénomènes secondaires n'ont qu'une importance réduite à 3 milles au large de Cherbourg.

Il semble donc démontré que la prise en considération des résistances dues au frottement permet de faire disparaître l'anomalie que présentait la théorie amphidromique, en ce qui concerne la variation du rapport k selon le coefficient de la marée, dans la partie centrale de la Manche.

BOTANIQUE. — *La Cymbalaire de Touton est probablement une virose ou une bactériose.* Note de M. **Auguste Chevalier** ([1]).

Il n'y a guère de doute aujourd'hui que *Cymbalaria Toutoni* constitue une phytovirose de *C. muralis typica*. D'après Henry Séverin ([2]), l'Épinard en Californie est atteint par la Mosaïque de la Betterave et aussi par deux Mosaïques du Concombre et les feuilles des plantes virosées portent aussi des laciniures.

Dans sa nomenclature des viroses, F. O. Holmès ([3]) nomme la Mosaïque du Concombre *Marmor cucumeris* et celle de la Betterave *Marmor betæ* H. La virose des Cymbalaires appartient vraisemblablement au groupe des *Marmor*. Jusqu'à plus ample information nous en ferons le genre nouveau *Lacinia*, avec l'unique espèce *L. Toutoni* Chev. ([4]).

Nous en poursuivons l'étude, mais nous avons déjà fait à son sujet des constatations intéressantes.

Nos cultures de laboratoire ont été envahies pendant l'hiver par un petit diptère : *Sciara vitripennis* Meigen (détermination de Séguy); cette petite mouche pond ses œufs dans la terre riche en humus et les mouches adultes se tiennent particulièrement sur les pousses et feuilles des Cymbalaires Toutoni, n'allant que rarement sur *C. muralis* cultivé à côté.

([4]) *Cf.* E. Fichot, *ibid.*, planche 3.

([1]) Voir *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1077.

([2]) *Hilgardia*, Vol. **18**, 18 nov. 1948, p. 553-566.

([3]) *The Filterable virus*, Baltimore (U. S. A.), 1948.

([4]) Le nom *Lacinia* rappelle que la virose se manifeste sous forme de découpage des feuilles et des fleurs en laciniures.

Au début de mars, nous avons vu apparaître aussi, sur des plants jeunes



A. *Cymbalaria Toutoni, aspect d'hiver* : A_1, pousse jeune pendante ou couchée; A_2, extrémité d'une autre pousse; A_3, deux jeunes pousses érigées, se développant d'une bouture enterrée portant deux feuilles sortant du sol; F_1 à F_{12}, différentes formes de feuilles; remarquer F_2, F_4, F_9, feuilles recroquevillées en ourlet; F_0, feuille munie de deux petits bourgeons à filaments. — B. *Cymbalaria muralis typica, aspect au début du printemps*, de plants cultivés à côté de *C. Toutoni et sur lesquelles se posent des mouches Sciura* (on voit déjà des feuilles recroquevillées ou en cupules mais non déformées). — 1, rameau pendant; 2, pousse d'un jeune plant; 3, jeune plant avec feuilles en cupules. F, feuille normale; F_2, feuille montrant déjà un ourlet à la base du limbe.

de *C. muralis* et de *C. pilosa* cultivés dans des pots à côté du *Lacinia*, un Puceron d'un vert clair (est-ce *Myzus persicæ*, puceron le plus fréquent inoculant des

viroses ?) qui déjà pullule sur trois de nos cultures. Il ne se montre pas sur *C. Toutoni*. Les jeunes feuilles des Cymbalaires atteintes, de même que celles visitées par les petites mouches du *G. Sciara*, sont déjà recroquevillées ou repliées en ourlet sur les bords. Ces plants semblent virosés, mais ils ne présentent pas les caractères foliaires si étonnants de *Lacinia Toutoni* dus peut-être à une autre cause. Ajoutons que le *C. Toutoni* se multiplie aisément par bouturage. Nous avons même réussi la bouture d'une feuille adulte qui présentait sur les bords du limbe de très petits bourgeons qui ont donné des pousses reproduisant *C. Toutoni*. C'est bien une mutation remarquable découverte il y a quatorze ans, due, semble-t-il, à un virus et qui maintient ses caractères par semis et par bouturage, au point de paraître une espèce de premier ordre. Nous ferons connaître prochainement d'autres observations relatives à cette néoformation remarquable.

Note additionnelle. — Cette Note était rédigée quand notre attention a été attirée sur des travaux récents de P. E. Tilford (1936), en Amérique, et de M. S. Lacey (1936-1949), en Angleterre, sur la maladie-fascie du Pois de senteur, qui sévit aussi sur de nombreuses autres plantes herbacées. Elle est causée par *Bacterium fascians* (Tilford) Lacey (= *Corynebacterium fascians* Magrou et Prévot), Bactérie voisine de *Phytomonas tumefascians*, et produisant sur les plantes atteintes, soit des fasciations, soit d'autres anomalies : des *short swollen shoot*, des *fleshy lumps* et des anomalies foliaires, etc. Quelques déformations analogues s'observent sur *Cymbalaria Toutoni*. Nos recherches se poursuivent pour essayer d'établir si c'est la virose ou une bactériose qui ont produit la mutation si remarquable signalée précédemment et que montre en détail le dessin ci-joint par comparaison avec le type d'où dérive certainement *C. Toutoni*.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Henri Villat**, **Jean Chazy** et **Alexandre Bigot** sont adjoints à la délégation précédemment désignée pour représenter l'Académie à la Cérémonie qui aura lieu à Beaumont-en-Auge, au mois de mai 1949, pour commémorer le deux-centième anniversaire de la naissance de *Laplace*.

CORRESPONDANCE.

MM. **Pierre Girard** et **Jean-Jacques Trillat** prient l'Académie de bien vouloir les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des Académiciens libres, par le décès de M. *Gustave Roussy*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Remarques et compléments aux Tables numériques universelles de* MARCEL BOLL.

2° PIO NIRO. *Observaciones que conducen a una fisica diferente.*

3° *Die Jahrhundertfeier der Österreichischen Akademie der Wissenschaften vom* 11 *bis* 16 *mai* 1947.

4° *Annales Universitatis Mariae Curie-Sklodowska.* Lublin, Polonia. Vol. I, Sectio C, 1946.

5° Université d'Istanbul. Faculté des Sciences. *Recueil de Mémoires commémorant la pose de la première pierre des nouveaux Instituts de la Faculté des Sciences.*

6° Académie des Sciences de l'U. R. S. S. *Science et Vie*, 1-12, 1948 (en langue russe).

ALGÈBRE DE LA LOGIQUE. — *Généralisation du théorème de Gödel.* Note de M. **ANDRÉ CHAUVIN**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'idée de chercher si certaines propositions dont on ne sait si elles sont vraies ou fausses, comme l'hypothèse de Goldbach, ne sont pas indécidables, en les réinterprétant par la méthode de Gödel, semble avoir été émise pour la première fois par Rozsa Péter [1]. Nous allons formuler ce problème avec précision.

Nous avons vu dans une Note précédente [2] que

$$\mathrm{T}p\big(x\Pi(\mathcal{R}_0^{\varphi});\, y,\, [\eta_0^{\varphi}]\big)$$

est *indécidable*, dans une logique L Gödelienne pour φ : en particulier dans la logique Lo et pour la correspondance φ_0 de Gödel. Pour une logique L déterminée, par exemple Lo, si l'on a $\xi' = \varphi_0(u)$, $\xi = \varphi(u)$, on a $\xi' = \psi(\xi)$,

$$\mathrm{R}_0^{\varphi}(\xi, \eta) = \mathrm{R}_0^{\varphi_0}\big(\psi(\xi), \psi(\eta)\big).$$

Il existe une classe Δ de logiques L qui ont la propriété (C) suivante; si une relation $\mathrm{R}(\xi, \eta)$ entre entiers a une *expression* dans L ainsi que $\mathcal{S} = \psi(\tau)$, ψ étant ici une fonction quelconque, alors $\mathrm{R}(\psi(\xi), \psi(\eta))$ a une *expression* dans L. Si nous désignons par $\mathcal{R}(x, y)$ l'*expression* de $\mathrm{R}(\xi, \eta)$, par $\mathcal{S}(z, t)$ l'*expression* de $\zeta = \psi(\tau)$, E doit contenir une *expression* $\mathcal{V}(x, y)$ telle que $\mathrm{T}p(\mathcal{V}; [\xi]; [\eta])$ est *vraie* s'il existe deux entiers ξ', η' tels que $\mathrm{T}p(\mathcal{R}; [\xi']; [\eta'])$, $\mathrm{T}p(\mathcal{S}; [\xi']; [\xi])$, $\mathrm{T}p(\mathcal{S}; [\eta']; [\eta])$ soient toutes les trois *vraies* et réciproquement; $\mathrm{T}p(\mathcal{V}; [\xi]; [\eta])$ est *fausse* si pour tout couple d'entiers ξ', η' l'une au moins des *propositions*

(1) *Jatek a vegtelennel Matematika kivüllalloknak, Dante Budapest*, 1944; voir analyse de cet ouvrage par J. G. KEMENY, *Journal of Symbolic Logic*, 13, 3 sept. 1948.

(2) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1085.

$\mathrm{T}p(\mathcal{R}; [\xi']; [\eta'])$, $\mathrm{T}p(\mathcal{S}; [\xi']; [\xi])$, $\mathrm{T}p(\mathcal{S}; [\eta']; [\eta])$ est *fausse* et réciproquement.

On voit aisément que Lo a la propriété C

$$\big(\mathcal{V} \text{ est dans Lo, } (\mathrm{E}x')(\mathrm{E}y')\big(\mathcal{R}(x', y') \cap \mathcal{S}(x', x) \cap \mathcal{S}(y', y)\big)\big).$$

D'ailleurs la plupart des logiques connues ont la propriété C, car c'est justement un des buts qu'on se propose en les construisant.

Si $\xi' = \psi(\xi)$ a une *expression* dans Lo, comme $\mathrm{R}_0^{\varphi_0}(\xi, \eta)$ a une *expression* $\mathcal{R}_0^{\varphi_0}$, $\mathrm{R}_0^{\varphi}(\xi, \eta)$, c'est-à-dire $\mathrm{R}_0^{\varphi_0}\big(\psi(\xi), \psi(\eta)\big)$ a une *expression* $\mathcal{R}_0^{\varphi}$ dans Lo; nous la désignerons par $r_0(\psi)$.

D'autre part (³)

$$\eta_0^{\varphi} = \psi^{-1}\varphi_0\Big(x\Pi\big(r_0(\psi)\big)\Big),$$

nous le désignerons par $\eta_0(\psi)$. D'après ce qui précède, la *proposition*

$$\mathrm{T}p\Big(x\Pi\big(r_0(\psi)\big);\ y,\ [\eta_0(\psi)]\Big)$$

est *indécidable* dans Lo.

En résumé, nous avons donc une *proposition* dépendant de ψ :

$$\mathrm{T}p\Big(x\Pi\big(r_0(\psi)\big);\ y,\ [\eta_0(\psi)]\Big)$$

qui est *indécidable* dans la *logique* Lo de Gödel (ou toute logique Gödélienne Lo déterminée) et cela quel que soit ψ telle que :

1° $\zeta = \psi(\tau)$ réalise une correspondance biunivoque entre les éléments ζ d'une partie des entiers [formée par les $\varphi_0(u)$ où $u \in \mathrm{U}$, U relatif à Lo] et les éléments τ d'une partie quelconque de l'ensemble des entiers;

2° $\zeta = \psi(\tau)$ ait une *expression* dans Lo.

En particulier, cela est vrai pour les ψ qui sont des fonctions récurrentes d'entier réalisant une correspondance biunivoque entre les numéros de Gödel et une partie quelconque de l'ensemble des entiers.

Il y a lieu de chercher si en particularisant ψ on ne tombe pas sur une *proposition exprimant* l'hypothèse de Goldbach, le grand théorème de Fermat, l'hypothèse du continu, etc., ou si en prenant pour ψ toutes les correspondances possibles, on n'obtient pas toutes les *propositions indécidables* de Lo.

(³) ψ^{-1} désigne l'application réciproque de ψ.

ALGÈBRE. — *Algèbres de relations et hypergroupes partiels* [1]. Note (*) de M. **Robert Croisot**, présentée par M. Élie Cartan.

Théorème 1. — *L'ensemble* E *de tous les sous-ensembles d'un hypergroupe partiel inversable* M *est une algèbre de relations généralisée atomique* A [2], *si l'on prend pour relation d'ordre dans* A *l'inclusion dans* E *et pour multiplication dans* A *la multiplication déterminée dans* E *par celle de* M [3]. *Réciproquement, toute algèbre de relations généralisée atomique* A *admet une représentation isomorphe de cette sorte.*

E est un corps complet de sous-ensembles, donc une algèbre de Boole complète (atomique), vis-à-vis de l'inclusion. Les propriétés (1), (2), (3) (avec $e=\mathrm{U}$), (4) sont évidentes. On voit que $r:s$ est l'ensemble des éléments ξ tels que $\alpha\xi\subset r$ pour tout $\alpha\in s$. Donc, $e':r$ se compose des éléments β non inverses d'un élément de r. La propriété (5) en résulte. De même, $e':r'$ se compose des éléments $\bar{\gamma}$ inverses d'un élément $\gamma\in r$. La propriété (6) s'en déduit, compte tenu du fait que les éléments de $\overline{\xi\eta}$ sont les inverses de ceux de $\bar{\eta}\bar{\xi}$.

Soit maintenant A une algèbre de relations généralisée atomique. On sait que A est isomorphe en tant que treillis à l'ensemble E de tous les sous-ensembles de ses points ordonnés par l'inclusion [4]. Nous définissons dans l'ensemble M de ces points une multiplication [5] :

(*) Séance du 28 mars 1949.

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1090.

(2) Soit une algèbre de Boole complète A dont r, s, t désignent des éléments quelconques o l'élément minimum, 1 l'élément maximum, r' le complément de r. Nous disons que A est une *algèbre de relations généralisée* si une opération supplémentaire (multiplication) y est définie, les conditions suivantes étant vérifiées :

(1) $$(r.s).t=r.(s.t);$$

(2) $$o.r=r.o=o.$$

(3) Il existe dans A un élément e tel que

$$e.r=r.e=r.$$

(4) $$r.\Big(\bigcup_\beta s_\beta\Big)=\bigcup_\beta(r.s_\beta)\ \text{et}\ \Big(\bigcup_\alpha r_\alpha\Big).s=\bigcup_\alpha(r_\alpha.s).$$

(5) $$e':(e':r)=r\ (r:s \text{ désignant l'union des } x \text{ tels que } s.x\leqq r).$$

(6) $$e':(r.s)'=(e':s').(e':r').$$

Nous désignons par A_1 une algèbre de relations généralisée dans laquelle on a la condition supplémentaire :

(7) $$r>o \text{ entraîne } 1.r.1=1.$$

(3) On peut affaiblir l'hypothèse en considérant certains sous-ensembles de E. Les treillis obtenus ne sont plus nécessairement atomiques.

(4) Birkhoff and Ward, *Annals of Math.*, 40, 1939, p. 609.

(5) Pour éviter les confusions, le signe du produit (.) est figuré pour la multiplication dans A et ne l'est pas pour la multiplication dans M.

ρ et σ sont composables si et seulement si $\rho.\sigma > 0$ dans A; alors $\rho\sigma = \{\pi\}$, ensemble des points π tels que $\rho.\sigma \geqq \pi$ dans A. On voit que $(\rho\sigma)\tau$ a un sens, si et seulement si $(\rho.\sigma).\tau > 0$. De plus, $(\rho\sigma)\tau$ est alors l'ensemble des points π tels que $(\rho.\sigma).\tau \geqq \pi$. D'où, l'axiome ($I_d$), compte tenu des résultats analogues pour $\rho(\sigma\tau)$. Nous posons $\varepsilon_\iota \in U$ si et seulement si $\varepsilon_\iota \leqq e$. On a $e = \bigcup_\iota \varepsilon_\iota$. Donc, $\rho.e = \rho$ s'écrit d'après (4) $\bigcup_\iota (\rho.\varepsilon_\iota) = \rho$. Pour tout ε_ι, on a $\rho.\varepsilon_\iota = \rho$ ou o, ce qui exprime $\rho\varepsilon_\iota = \rho$ ou $\rho\varepsilon_\iota$ n'a pas de sens. De plus, tout point ρ est composable à droite avec un ε_ι au moins $\left(\text{sinon, on aurait } \rho.e = \bigcup_\iota (\rho.\varepsilon_\iota) = 0\right)$. C'est l'axiome ($II_d$). Pour tout point ρ, il existe au moins un $\bar\rho$ tel que $\rho\bar\rho$ contienne un élément unité. Sinon, on aurait $e' : \rho = 1$ et $e' : 1 = \rho$ d'après (5). Mais, ceci contredit $e' : 0 = 1$ qui entraîne $e' : 1 = 0$. Alors, $\bar\rho\rho$ contient aussi un élément unité, car $r.s \leqq e'$ implique $s.r \leqq e'$ [conséquence de (4) et (5)]. Montrons que le point $\bar\rho$ est unique. On a $e' : \rho' \neq 0$, sinon, on aurait $1 = e' : 0 = \rho'$. D'ailleurs, $e' : \rho'$ est la réunion des points qui sont inverses de ρ seul. Soit π l'un d'eux et $\bar\rho$ un inverse quelconque de ρ. Alors, $e' : \bar\rho$ est la réunion des points μ non inverses de $\bar\rho$. Donc, on a $\mu \neq \rho$ et $\pi \leqq e' : (e' : \bar\rho) = \bar\rho$. Alors, $\pi = \bar\rho$ et $\bar\rho$ est unique. Enfin, si $\xi \in \rho\sigma$, soit $\xi \leqq \rho.\sigma$, il suffit d'appliquer (6) avec $r = \rho$ et $s = \sigma$ pour voir que $\bar\xi \leqq \bar\sigma.\bar\rho$, soit $\bar\xi \in \bar\sigma\bar\rho$. D'où, facilement, l'axiome (III_d). On voit alors que A est isomorphe à l'ensemble E organisé comme il est dit dans le théorème direct.

Le théorème 1 est valable si l'on remplace M par M_1 et A par A_1.

Théorème 2. — *Une algèbre* A *atomique est isomorphe à un produit d'algèbres* A_1 *atomiques. La décomposition est unique à l'ordre près.*

Ceci résulte simplement du fait qu'un système M est la juxtaposition de systèmes M_1 d'une manière unique.

On sait que l'ensemble des relations binaires sur un ensemble F est une algèbre de relations A_1 vis-à-vis de la relation d'ordre habituelle et du produit relatif. La réciproque est inexacte : il suffit de considérer l'ensemble de tous les sous-ensembles d'un groupe qui a au moins deux éléments (car, dans ce cas, e est un point). Les théorèmes suivants, de démonstration facile, caractérisent l'algèbre de *toutes* les relations sur un ensemble parmi les algèbres A_1.

Théorème 3. — *L'algèbre de toutes les relations sur un ensemble* $F = \{a, b, \ldots\}$ *est isomorphe à l'algèbre* A_1 *de tous les sous-ensembles d'un groupoïde de Brandt d'ordre* 1 *dont les éléments sont ceux de l'ensemble produit* $F \times F$ [*la multiplication étant définie par* $(a, b)(c, d) = (a, d)$ *si* $b = c$]. *Réciproquement, l'algèbre de tous les sous-ensembles d'un groupoïde de Brandt d'ordre* 1 *est isomorphe à l'algèbre de toutes les relations sur l'ensemble* F *de ses éléments unités.*

Théorème 4. — *Pour qu'une algèbre* A_1 *soit isomorphe à celle de tous les sous-ensembles d'un certain groupoïde de Brandt d'ordre* 1, *il faut et il suffit qu'elle vérifie les conditions supplémentaires :*

(8) *Si* r *et* s *sont des points,* $r.s = 0$ *ou* $r.s$ *est un point.*

(9) *Si* r, s, t *sont des points et si l'on a* $r.s$, $s.r$, $r.t$, $t.r > 0$, *on a* $s = t$.

On peut remplacer (9) par :

(9') *Si* r *et* s *sont des points et si l'on a* $r \leqq e$ *et* $r.s$, $s.r > 0$, *on a* $r = s$.

ALGÈBRE. — *Un critère de stabilité déduit du théorème de Sturm.* Note de MM. **Aloys Herrmann** et **Jean-Marie Souriau**, présentée par M. Jean Chazy.

On rencontre souvent en Physique des problèmes de stabilité qui se ramènent à la forme suivante : chercher si dans toutes les racines x d'un polynome $P(x)$ les coefficients de l'imaginaire i sont positifs. Nous donnons ici un critère qui permet de résoudre un tel problème par des calculs rationnels simples, et en général de trouver le nombre des racines où le coefficient de i est positif. Ce critère semble particulièrement bien adapté à l'étude pratique de la stabilité, car il permet d'évaluer le danger d'instabilité, et de trouver sans calcul nouveau les racines qui sont responsables de l'instabilité dans les cas critiques.

Soit

$$P(x) = (x - z_1)(x - z_2)\ldots(x - z_n)$$

un polynome de degré n en fonction de la variablé réelle x, à coefficients complexes. Désignons par p, q et r les nombres des racines où les coefficients de i sont respectivement positifs, nuls et négatifs.

Séparons les parties réelle et imaginaire du polynome P :

$$P(x) = P_1(x) + iP_2(x),$$

et calculons la *chaîne de Sturm* définie par les égalités

$$\begin{gathered} P_1 + P_2Q_2 + P_3 = 0, \\ P_2 + P_3Q_3 + P_4 = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ P_{k-1} + P_kQ_k = 0, \end{gathered}$$

et par ces conditions que P_k est différent de zéro, et que le degré de P_{i+1} est inférieur au degré de P_i. Soit $V(x)$ le nombre des variations de signe de la suite

$$P_1(x),\quad P_2(x),\quad \ldots,\quad P_k(x).$$

On sait [1] d'après Sturm, que $V(x)$ ne change que lorsque le quotient $P_2(x)/P_1(x)$ devient infini, et que $V(x)$ augmente de $+1$ ou de -1 selon que ce rapport passe de $+\infty$ à $-\infty$ ou de $-\infty$ à $+\infty$. L'augmentation de $V(x)$ est la même que celle de la partie entière de l'expression [2],

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{P_2(x)}{P_1(x)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\operatorname{Arg}\big(P(x)\big),$$

---

(1) Georges Valiron, *Cours d'analyse mathématique*, I, p. 109.

(2) *Loc. cit.*, p. 111.

où $\mathrm{Arg}(z)$ est l'argument du nombre complexe z suivi par continuité. On a ainsi :

$$\mathrm{Arg}\big(\mathrm{P}(x)\big) = \sum_i \mathrm{Arg}(x - z_i),$$

et par suite $\mathrm{V}(+\infty) - \mathrm{V}(-\infty) = p - r$.

Puisque d'ailleurs la somme $p + q + r$ est égale à n, et que q peut être calculé par une application classique ([2]) du théorème de Sturm, on aura ainsi déterminé p. La stabilité exige les conditions $p = n$, $q = r = 0$, d'où $\mathrm{V}(+\infty) - \mathrm{V}(-\infty) = n$. Comme on a visiblement $0 \leq \mathrm{V}(x) \leq k - 1 \leq n$, ceci entraîne les égalités $\mathrm{V}(+\infty) = n$, $\mathrm{V}(-\infty) = 0$, $k = n + 1$.

Ainsi, *la condition nécessaire et suffisante de stabilité est que la suite de Sturm soit complète, les premiers coefficients étant alternés.*

Si le polynome P dépend d'un paramètre λ, on voit facilement que les régions de stabilité seront limitées par des zéros de P_{n+1}; les régions dangereuses seront caractérisées par les faibles valeurs de $|\mathrm{P}_{n+1}|$. De plus, si P_{n+1} est nul, le dernier polynome de la suite, non nul, qui est en général du premier degré, admet pour racines les racines réelles du polynome P.

THÉORIE DES GROUPES. — *Groupoïdes reliés et demi-groupes ordonnés.* Note de M. **Dov Tamari**, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Propriétés relatives et invariantes dans un groupoïde.* — Soit $\mathcal{G}$ un ensemble ordonné et un groupoïde, $a, b, c \in \mathcal{G}$ et par exemple $a < b$; la multiplication à droite (à dr.) ([1]) par c doit avoir un et un seulement des effets : 1° $ac = bc$; 2° $ac < bc$; 3° $ac > bc$; 4° ac, bc non comparable et c est alors appelé respectivement *niveleur*, *conservateur*, *inverseur* ou *séparateur* à dr. pour le couple relié $a < b$ [*propriétés relatives* ([2])]. Méthode analogue pour une relation quelconque. On passe aux *propriétés invariantes* et l'on dit que $\mathcal{G}$ est un *groupoïde relié* (*ordonné*) *à dr.* ([3]) en exigeant pour tous les éléments d'un complexe $\mathcal{C}$, défini avec l'aide des propriétés relatives, l'invariance de certaines de ces propriétés Π_i indépendamment du couple a, b. Nous choisirons pour $\mathcal{C}$ le complexe de tous les éléments de $\mathcal{G}$ qui ne sont pas diviseurs de zéro à dr. ([4]), c'est-à-dire qui ne nivèlent aucun couple $a \neq b$, pour Π_i une seule, celle de conservation. Un sous-groupoïde d'un groupoïde relié est *permis*, s'il est un

---

([1]) De même pour *à gauche*.

([2]) La propriété d'un élément de *donner lieu ou non à une propriété relative* Π_r est elle-même une propriété absolue de c. Remarque analogue pour le groupoïde contenant des éléments doués de telles propriétés.

([3]) On dit aussi $\mathcal{G}$ *admet une relation* $\mathcal{R}$ ou bien $\mathcal{R}$ *est une* $\mathcal{G}$*-relation.*

([4]) D. Tamari, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 54, 1948, p. 155.

groupoïde relié par la relation restreinte : chaque sous-groupoïde $\mathcal{G}' \subset \mathcal{C} \subset \mathcal{G}$ est permis; si $\mathcal{C} = \mathcal{G}$, chaque sous-groupoïde est permis. Si l'on exclut l'alternative 4°, c'est-à-dire que la *comparabilité* soit invariante par rapport à une translation à dr., l'invariance des inverseurs est impliquée et l'on a la décomposition $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 \dotplus \mathcal{G}_1 \dotplus \mathcal{G}_{-1}$, où $\mathcal{G}_0 (= \mathcal{G} - \mathcal{C})$, $\mathcal{G}_1$, $\mathcal{G}_{-1}$ sont les ensembles respectivement des diviseurs de zéro, conservateurs, inverseurs. En dehors des implications $a < b,\ c \in \mathcal{G}_1 \Rightarrow ac > cb$ et $a < b,\ r \in \mathcal{G}_{-1} \Rightarrow ar > br$, on a :

Dans un groupoïde $\mathcal{G}$ simplement ordonné à dr., les règles de simplification à droite subsistent : $ac < bc,\ c \in \mathcal{G}_1 \Rightarrow a < b$; $ar < br,\ r \in \mathcal{G}_{-1} \Rightarrow a > b$.

Si $\mathcal{G}$ est partiellement ordonné, la proposition n'est pas vraie même si $\mathcal{G}$ est un demi-groupe. Mais s'il est un quasi-groupe à dr. dans ce sens que chaque élément qui n'est pas un diviseur de zéro à gauche a un *inverse à droite*, les règles de simplification à dr. subsistent parce qu'un élément et tous ses inverses ont le même caractère. Donc :

Les règles de simplification à droite sont une condition nécessaire pour l'immersion d'un demi-groupe ordonné à droite dans un quasi-groupe à droite ordonné à droite.

2. *Demi-groupe simplement ordonné $\mathcal{D}$.* — Désormais l'ordre signifiera un ordre simple. L'associativité implique : le produit de deux conservateurs ou de deux inverseurs est un conservateur; le produit d'un conservateur et d'un inverseur est un inverseur. Définissant le *caractère à droite* $a\ \chi(a) = i$ si $a \in \mathcal{D}_i (i = 0, \pm 1)$, le caractère d'un produit est déterminé par ceux de ses facteurs et l'application $a \rightarrow \chi(a)$ est un homomorphisme de $\mathcal{D}$ sur le quasi-groupe multiplicatif M_3 des nombres entiers mod 3, parce que le complexe $\mathcal{D}_0$ est premier ($ab \in \mathcal{D}_0 \Rightarrow a$ ou $b \in \mathcal{D}_0$). $a \notin \mathcal{D}_0 \Rightarrow a^2 \in \mathcal{D}_1$. S'il y a des unités à dr. ε_α, $\varepsilon_\alpha \in \mathcal{D}_1$. Si $\mathcal{H} \subset \mathcal{D}$, $c \in \mathcal{D}_1$, $r \in \mathcal{D}_{-1}$ le complexe $\mathcal{H}c (\mathcal{H}r)$ est semblable (antisemblable) au complexe arbitraire donné $\mathcal{H}$.

$\mathcal{D}$ ne contient pas d'éléments de période finie > 1, sauf peut-être un inverseur de période 2.

Si $\mathcal{D} = \mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}$ est un demi-groupe conservatif. Chaque demi-groupe $\mathcal{D}$ ordonné contient un sous-demi-groupe conservatif maximal, le $\mathcal{D}_1$.

Soit $\mathcal{C}$ un demi-groupe conservatif, $M_2 = \{1, \varepsilon\}$ le groupe d'ordre 2. Le produit direct $\mathcal{C} \times M_2 = \mathcal{D}$ est un demi-groupe admettant un ordre contenant $\mathcal{C} = \mathcal{D}_1$ et $\mathcal{C}\varepsilon = \mathcal{C}^\star = \mathcal{D}_{-1}$.

M_2 admet deux ordres ; M_3 admet comme ordres tous ses $3! = 6$ permutations.

Soient $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$ deux complexes de $\mathcal{C}$. Pour que $\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2^\star$ soit un sous-demi-groupe permis dans $\mathcal{D}$, il faut et il suffit que : 1° $\mathcal{F}_1^2 \subset \mathcal{F}_1$; 2° $\mathcal{F}_2^2 \subset \mathcal{F}_1$; 3° $\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2$, $\mathcal{F}_2\mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_2$.

Si $\mathcal{D}$ est un groupe, il est conservatif ($\mathcal{D} = \mathcal{D}_1$), ou on a $\mathcal{D} \sim \mathcal{D}_1 \times M_2$ ($\mathcal{D}/\mathcal{D}_1 \simeq M_2$), où l'isomorphisme inclut aussi l'ordre.

([5]) O. Ore, *Ann. of Math.*, 32, 1931, p. 463-477.

Le semi-groupe additif des nombres naturels L_1 ($\simeq$ *semi-groupe libre d'un seul générateur*) *permet justement les six possibilités :*

1° $1 < 2 < 3 < \ldots$; 2° $\ldots < 3 < 2 < 1$;
3° $1 < 3 < 5 < \ldots, \ldots < 6 < 4 < 2$; 4° $2 < 4 < 6 < \ldots, \ldots < 5 < 3 < 1$;
5° $\ldots < 5 < 3 < 1 < 2 < 4 < 6 < \ldots$; 6° $\ldots < 6 < 4 < 2 < 1 < 3 < 5 < \ldots$.

Le semi-groupe multiplicatif admet une infinité de possibilités (archimédiennes ou non). En considérant un ordre et son inverse comme équivalent, il y a un seul ordre commun pour l'addition et la multiplication.

3. *Demi-groupes ordonnés et leur quasi-groupe-quotients.* — Supposons désormais que le demi-groupe ordonné à droite $\mathcal{D}$ soit d'un type tel que $n_r = 1$ [4] et que son (quasi-) groupe des quotients à droite $Q(\mathcal{D})$ soit construit [5]. Évidemment on peut toujours choisir un multiple commun conservatif. Nous définissons un ordre Ω_Q dans $Q(\mathcal{D})$ par

$$a/b < c/d \quad \rightleftharpoons \quad bb' = dd' \in \mathcal{D}_1, \ ab' = cd'$$

simultanément.

La justification de cette définition exige les propositions suivantes :

La relation Ω_Q *constitue un ordre simple dans* $Q(\mathcal{D})$.

1° $q_1 \neq q_2$ sont toujours reliés par une et une seule relation $q_1 < q_2$ ou $q_2 < q_1$.

2° La relation est indépendante du choix du multiple conservatif.

3° La relation entre deux quotients dépend seulement des classes auxquelles ils appartiennent et non de leur forme.

En outre la transitivité est évidente.

Ω_Q *conserve l'ordre du sous-demi-groupe* $\mathcal{D} \subset Q(\mathcal{D})$;

Ω_Q *constitue un demi-groupe-ordre à dr.*

Nous complétons par un théorème d'unicité :

L'ordre de $Q(\mathcal{D})$ *est uniquement déterminé par l'ordre de* $\mathcal{D}$, *c'est-à-dire que l'ordre* Ω_Q *défini est le seul ordre qui prolonge l'ordre donné* $\Omega_{\mathcal{D}}$ *dans* $Q(\mathcal{D})$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les opérateurs différentiels et la construction de la solution élémentaire des équations aux dérivées partielles polyhyperboliques dans le cas pair.* Note (*) de M. **Jean Élianu**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Après le cas impair, étudié dans une Note précédente [1], considérons maintenant le cas $n = 2m$. Nous distinguerons les cas secondaires $n > 2p$ et $n \leq 2p$.

Cas secondaire algébrico-logarithmique. — Si $n > 2p$, nous chercherons une

(*) Séance du 28 mars 1949.

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1095.

solution élémentaire algébrico-logarithmique de la forme $u = U\Gamma^q + V \log \Gamma$, V étant comme U régulière au sens de M. Hadamard et $q = p - m$. On démontre que V *doit être une solution de l'équation* $F^p u = 0$ et que, pour $h < -q$, les termes U_h du développement de U ont les expressions (4) et (5) (*voir* la Note précédente) du cas impair. En prenant pour V le développement

$$V = V_0 + V_1\Gamma + \ldots + V_h\Gamma^h + \ldots, \tag{1}$$

on trouve d'abord que $V_h (h \geq p)$ est une fonction holomorphe (si $V_0, V_1, \ldots, V_{p-1}$ le sont eux-mêmes) qui vérifie une équation du type de Fuchs non homogène à une seule intégrale holomorphe, à savoir

$$V_h = -\frac{U_0}{4^p s^{p+h-q-1}} \int_0^s \cdots \int_0^s \frac{s^{h-q-1}}{U_0} \sum_{i=1}^{p} \frac{\Phi^i_{p,h-i} V_{h-i}}{h(h-1)\ldots(h-i+1)} ds \ldots ds, \tag{2}$$

où l'on doit intégrer p fois par rapport à s.

Compte tenu de la première propriété algébrique des opérateurs Ω, on prouve que $V_h (0 \leq h < p)$ est aussi une fonction holomorphe vérifiant une équation du même type que ci-dessus et dont l'expression est

$$V_h = \frac{-U_0}{4^p h!\, s^{p+h-q-1}} \int_0^s \cdots \int_0^s \frac{s^{h-q-1}}{U_0} \left\{ \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{h-i} C^{h-i}_{p-i+j} (h-i+j)! \times \Psi^{i,j}_{p,2(h-i+j)} V_{h-i+j} + \sum_{i=1}^{p-h} \frac{(-1)^{i-1}}{(i-1)!} \Phi^{h+i}_{p,-i} U_{-q+i} \right\} ds \ldots ds, \tag{3}$$

où, pour $h = 0$, on doit supprimer la somme double. Dans cette formule, C^s_r est le symbole des combinaisons et $\Psi^{i,j}_{p,2h}$ s'obtient de $\Phi^i_{p,2h}$ en remplaçant dans chacun de ses termes de droite à gauche et de toutes les manières possibles, j fois l'opérateur F respectivement par $\Omega_{h-1}, \Omega_{h-2}, \ldots, \Omega_{h-j}$ et en changeant dans tous les termes ainsi obtenus h en $h-1$ dans les opérateurs Ω qui sont entre Ω_{h-1} et Ω_{h-2}; puis h en $h-2$ dans les opérateurs Ω qui sont entre Ω_{h-2} et Ω_{h-3} et ainsi de suite, jusqu'aux opérateurs Ω qui sont à gauche de Ω_{h-j} dans lesquels on changera h en $h-j$.

La convergence uniforme du développement (1) se démontre comme dans le cas impair à condition de prendre $q = 0$.

On obtient la solution élémentaire cherchée en ajoutant à l'expression déjà trouvée une certaine fonction holomorphe w largement indéterminée, que nous appellerons *fonction de correction* et dont l'existence résulte du théorème de Cauchy-Kowalewski.

Cas secondaire logarithmique. — Si $n \leq 2p$, nous chercherons une *solution élémentaire purement logarithmique* de la forme $u = \Gamma^q V \log \Gamma$, V étant régulière au sens de M. Hadamard et $q = p - m$. On démontre que $\Gamma^q V$ *doit être une solution de l'équation* $F^p u = 0$.

En prenant pour V le développement

(4) $$V = V_q + V_{q+1}\Gamma + \ldots + V_{q+h}\Gamma^{q+h} + \ldots,$$

ce second cas secondaire peut se déduire du point de vue formel du premier cas secondaire dans lequel $U = 0$ et $V_0 = V_1 = \ldots = V_{q-1} = 0$.

De cette remarque, on tire, si $h > m$,

(5) $$V_{q+h} = \frac{-U_0}{4^p s^{p+h-1}} \int_0^s \cdots \int_0^s \frac{s^{h-1}}{U_0} \sum_{i=1}^{p} \frac{\Phi^i_{p,\,q+h-i} V_{q+h-i}}{(q+h)(q+h-1)\ldots(q+h-i+1)} ds \ldots ds,$$

et, si $0 \leqq h < m$, on obtient d'abord pour $V_q (h = 0)$ la même expression que nous avons trouvée pour U_0 dans le cas impair et pour $0 < h < m$

(6) $$V_{q+h} = \frac{-U_0}{4^p (q+h)!\,s^{p+h-1}} \int_0^s \cdots \int_0^s \frac{s^{h-1}}{U_0} \sum_{i=1}^{q+h} \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{q+h-i} C^{q+h-i}_{p-i-1}$$
$$\times (q+h-i+j)!\,\Psi^{i,j}_{p,2(q+h-i+j)} V_{q+h-i+j}\, ds \ldots ds,$$

avec la convention de prendre $V_0 = V_1 = \ldots = V_{q-1} = 0$ dans (5) et (6).

Comme dans le premier cas secondaire, on démontre que (4) converge uniformément et que pour obtenir la solution élémentaire cherchée on doit ajouter à l'expression trouvée une certaine fonction w largement indéterminée, la fonction de correction correspondante à ce second cas secondaire.

Dans le cas pair, la solution élémentaire obtenue n'est pas par conséquent bien déterminée. Sur $\Gamma = 0$, elle possède une *singularité algébrico-logarithmique*, si $n > 2p$ et est *régulière* ou a une *singularité logarithmique*, si $n \leqq 2p$.

Nos résultats sont évidemment valables pour tout opérateur F non parabolique. Si $p = 1$, on retrouve la solution élémentaire de M. Hadamard et si $g^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta}$, $h^\alpha = 0$, $k = 0$, on retombe sur les fonctions polyharmoniques élémentaires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation différentielle linéaire du second ordre transformable en elle-même.* Note de M. **Dragoslav S. Mitrinovitch**, présentée par M. Henri Villat.

1. L'équation différentielle linéaire

(1) $$\frac{d^2 z}{dx^2} - f(x) z = 0,$$

par le changement de fonction et de variable indépendante

$$z = v\sqrt{\varphi'(t)}, \qquad x = \varphi(t),$$

devient [1]

$$\frac{d^2 v}{dt^2} - \left[\frac{3}{4}\left(\frac{\varphi''}{\varphi'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{\varphi'''}{\varphi'} + \varphi'^2 f(\varphi)\right] v = 0,$$

où $\varphi(t) \neq$ const.

---

[1] Dans cette Note les accents marquent des dérivées.

Sous la condition

$$f[\varphi(t)] = \frac{1}{\varphi'^2} f(t) + \frac{2\varphi'\varphi''' - 3\varphi''^2}{4\varphi'^4}, \tag{2}$$

l'équation (1) se transforme en elle-même.

La fonction $f(t)$ la plus générale vérifiant l'équation fonctionnelle (2) est

$$f(t) = \alpha\left(\frac{B'}{B}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{B''}{B'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{B'''}{B'}$$

avec $\alpha =$ const., $B = B(t) =$ fonction de Kœnigs, $\varphi(t)$ satisfaisant à diverses hypothèses que nous ne reproduisons pas ici.

Le résultat plus haut indiqué est fourni par P. Appell [2], après une analyse très profonde et basée sur des recherches de Kœnigs concernant les équations fonctionnelles.

2. En partant de nos résultats antérieurs [3] et en suivant une voie assez simple, nous avons obtenu la proposition suivante [4] :

I. *L'équation de Riccati*

$$\frac{dy}{dx} + y^2 = \alpha\left(\frac{\theta'}{\theta}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{\theta''}{\theta'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{\theta'''}{\theta'}, \tag{3}$$

avec

$$\theta = \theta(x) \neq \text{const.}; \qquad \alpha = \text{const.} \neq 0$$

se transforme en elle-même par le changement de fonction

$$y = -\frac{1}{2}\frac{\theta''}{\theta'} + \alpha\left(\frac{\theta'}{\theta}\right)^2 \frac{1}{y_1 + \frac{1}{2}\frac{\theta''}{\theta'} - \frac{\theta'}{\theta}},$$

où y_1 est une nouvelle fonction inconnue.

L'équation (3) a comme solutions particulières

$$y_k = -\frac{1}{2}\frac{\theta''}{\theta'} + \omega_k \frac{\theta'}{\theta} \qquad (k = 1, 2),$$

ω_k étant les racines de l'équation en ω,

$$\omega^2 - \omega - \alpha = 0.$$

II. *L'équation linéaire*

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \left[\alpha\left(\frac{\theta'}{\theta}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{\theta''}{\theta'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{\theta'''}{\theta'}\right]z = 0$$

---

(2) *Acta mathematica*, 15, 1891, p. 288-302.

(3) D. S. Mitrinovitch, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 156-157; *Bulletin de l'Académie serbe des sciences*, 6, 1939, p. 121-156.

(4) On peut directement vérifier la proposition énoncée ici.

se transforme aussi en elle-même par le changement de fonction

$$z = \frac{1}{\sqrt{\theta'}} \exp\left(\alpha \int \frac{\left(\frac{\theta'}{\theta}\right)^2 dx}{\frac{z'_1}{z_1} + \frac{1}{2}\frac{\theta''}{\theta'} - \frac{\theta'}{\theta}} \right),$$

en désignant par z_1 la nouvelle fonction inconnue et par z'_1 sa dérivée.

III. *L'équation de Riccati* (3) *est transformable en elle-même par une infinité de substitutions de fonction ayant la forme*

$$y = P_k(x) + \frac{Q_k(x)}{R_k(x) + y_k} \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

où P_k, Q_k, R_k *sont des combinaisons rationnelles de* θ, θ', θ'', *lesquelles se forment d'après un procédé simple.*

Une conclusion analogue s'énonce relativement à l'équation linéaire correspondante.

3. En comparant le coefficient d'Appell

$$f_A(x) = \alpha\left(\frac{B'}{B}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{B''}{B'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{B'''}{B'},$$

($B = B(x) =$ fonction de Kœnigs), avec le nôtre

$$f_M(x) = \alpha\left(\frac{\theta'}{\theta}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{\theta''}{\theta'}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{\theta'''}{\theta'},$$

on voit que ces deux coefficients ont la même structure : dans le coefficient $f_M(x)$, au lieu de la fonction de Kœnigs, il intervient une fonction $\theta(x)$ complètement arbitraire.

Notre résultat est caractérisé encore par le fait que la variable indépendante n'est pas altérée, tandis que chez Appell on fait sur l'équation différentielle non seulement un changement de fonction, mais aussi de variable indépendante.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérateurs fonctionnels périodiques.* Note de M. MICHEL GHERMANESCU, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons l'opérateur fonctionnel $\theta(z)$ et ses itérés *conséquents* $\theta_2(z)$, $\theta_3(z)$, ..., $\theta_n(z) = \theta_{n-1}(z)$, etc., ainsi que les itérés *antécédents* $\theta_{-1}(z)$, $\theta_{-2}(z)$, ..., $\theta_{-n}(z)$, etc.

Nous démontrons la proposition suivante :

Dans le champ des fonctions $\theta(z)$, *méromorphes en* z *ou en* $1/z$ (*quotient de deux fonctions entières en* z *ou en* $1/z$), *les seules qui se reproduisent après* p *itérations successives sont de la forme*

$$\theta(z) = \frac{az+b}{cz+d}, \qquad ad - bc \neq 0, \tag{1}$$

lorsque a, b, c, d satisfont à la condition

(2) $$(a+d)(u^{p-1}-v^{p-1})-(ad-bc)(u^{p-2}-v^{p-2})=0,$$

où u et v sont les racines de l'équation

(3) $$u^2-(a+d)u+ad-bc=0, \qquad (a+d)^2\neq 4(ad-bc).$$

Donnons la démonstration pour $p=2$.

Soit $\theta(z)=P(z)/Q(z)$, avec

(4) $$\begin{cases} P(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+\ldots+a_mz^m+\ldots, \\ Q(z)=b_0+b_1z+b_2z^2+\ldots+b_nz^n+\ldots, \end{cases}$$

les fonctions $P(z)$ et $Q(z)$ n'ayant pas de zéro commun. Considérons d'abord le cas où $P(z)$ et $Q(z)$ sont des polynomes de degrés m et n respectivement; on a

$$\theta_2(z)=\theta\left(\frac{P}{Q}\right)=\frac{P\left(\frac{P}{Q}\right)}{Q\left(\frac{P}{Q}\right)}=\frac{a_0Q^m+a_1Q^{m-1}P+\ldots+a_mP^m}{b_0Q^n+b_1Q^{n-1}P+\ldots+b_nP^n}Q^{n-m}\equiv z.$$

Comme les termes de la fraction sont premiers avec $Q(z)$, on doit avoir $m=n$. Soient alors $P(z_0)=0$, donc $Q(z_0)\neq 0$, $Q(z_1)=0$, donc $P(z_1)\neq 0$; on trouve $z_0=a_0/b_0$, $z_1=a_m/b_m$, de sorte que

$$P(z)=a_0\left(1-\frac{z}{z_0}\right)^m, \qquad Q(z)=b_0\left(1-\frac{z}{z_1}\right)^m,$$

$$\theta_2(z)=\frac{a_0z_1^m[a_0Q(z)-b_0P(z)]^m}{b_0z_0^m[a_mQ(z)-b_mP(z)]^m}\equiv z.$$

Si la fraction se réduit à un polynome, celui-ci est de degré m au moins, il faut donc avoir $m=1$.

Si $P(z)$, $Q(z)$ sont des fonctions entières, données par (4), soit encore $P(z_0)=0$, donc $Q(z_0)\neq 0$; on trouve, moyennant (5), $z_0=a_0/b_0$, donc $P(z)=a_0(1-z/z_0)^mP_1(z)$, $P_1(z)$ étant une fonction entière sans zéro et $P_1(0)=1$. On a

(5') $$\theta_2(z)=\frac{[a_0Q(z)-b_0P(z)]^mP_1\left(\frac{P}{Q}\right)}{a_0^{m-1}Q^m(z)Q\left(\frac{P}{Q}\right)}\equiv z.$$

$P_1(P/Q)$, $Q(P/Q)$ admettent les zéros de $Q(z)$ comme singularités essentielles isolées. On peut poser $Q=Q_1P_1$ et alors $\theta_2(z)$ devient une fraction ayant au numérateur la m^e puissance d'une fonction entière qui n'a pas de zéros communs avec $Q(z)$, tandis qu'au dénominateur figure la fonction $Q_1(P/Q)$, ayant comme singularités essentielles isolées justement les zéros de $Q_1(z)$. L'identité $\theta_2(z)\equiv z$ ne peut donc avoir lieu que si les singularités de $Q_1(P/Q)$ sont absorbées par les zéros de $Q_1^m(z)$ et réciproquement, ce qui revient à dire que le produit $t^{-m}Q_1(t)$ est fini pour t infini, donc $t^{-m-1}Q_1(t)$

tend vers zéro pour t infini. En posant $t = re^{i\varphi}$, $Q_1(t) = \mu(r, \varphi) e^{i\psi(\varphi, r)}$, c'est $r^{-m-1}\mu(r, \varphi)$ qui doit tendre vers zéro avec $1/r$, quel que soit l'argument φ, donc, aussi pour la valeur de φ qui rend $\mu(r, \varphi)$ maximum. Si $M(r)$ est le maximum de $\mu(r, \varphi)$, on doit donc avoir aussi $r^{-m-1}M(r) \to 0$ pour r infini, de sorte que $Q_1(t)$ se réduit à un polynome de degré m au plus, en vertu du théorème bien connu de *Liouville*. On peut prendre alors $P_1(z) \equiv 1$.

Si P et Q sont entières en $1/z$, on raisonne de la même manière, en renversant les rôles de P et de Q, quant à leurs zéros.

2. Pour la détermination de la fonction $\theta(z)$, de la forme (1), telle que $\theta_p(z) = z$, on trouve $\theta_n(z) = (a_{n-1}z + b_{n-1})(c_{n-1}z + d_{n-1})$, avec

$$a_n = aa_{n-1} + cb_{n-1}, \qquad b_n = ba_{n-1} + db_{n-1}, \qquad c_n = ac_{n-1} + cd_{n-1}, \qquad d_n = bc_{n-1} + dd_{n-1},$$

desquelles on déduit que a_n, b_n, c_n, d_n satisfont à la même relation

$$u_{n+1} - (a+d)u_n + (ad - bc)u_{n-1} = 0_n,$$

qui donne des expressions de la forme $Au^n + Bv^n$ pour a_n, b_n, c_n, d_n, lorsque les racines u et v de (3) sont distinctes. On a ensuite $\theta_p(z) = z$ lorsque $b_{p-1} = c_{p-1} = 0$, $a_{p-1} = d_{p-1}$, conditions qui conduisent à (2). On démontre facilement que (3) ne peut avoir ses racines égales.

3. M. Maurice Parodi a considéré plusieurs équations intégrales singulières de *Fredholm* [1]

$$f(p) + \lambda \int_0^\infty K(t, x) f(x)\, dx = g(t),$$

dont le noyau $K(t, x)$ admet comme image la fonction $\rho(p) e^{-x\theta(p)}$ dans le symbolisme de *Heaviside*, — qu'il réduit à l'équation fonctionnelle

$$\varphi(p) + \lambda\rho(p)\varphi[\theta(p)] = \psi(p),$$

où $\varphi(p)$ et $\psi(p)$ sont les images de $f(t)$ et $g(t)$. M. M. Parodi donne la solution de cette équation fonctionnelle lorsque $\theta_2(p) = p$ ou $\theta_3(p) = p$. Notre proposition donne ainsi une classe étendue d'équations intégrales singulières de *Fredholm*, résolubles par la méthode de M. M. Parodi.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Le degré de ramification d'une surface de Riemann et la croissance de la caractéristique de la fonction uniformisante.* Note (*) de M. **Le Van Thiem**, présentée par M. Paul Montel.

L'étude du problème de type a montré qu'une forte ramification de la surface favorise le cas hyperbolique. Pour un type donné, l'influence de la ramification agit sur la croissance de la caractéristique $T(r)$ de la fonction uniformisante $w = f(z)$.

---

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 43, 153, 1237.

(*) Séance du 14 mars 1949.

L'intensification de la ramification accélère la croissance de $T(r)$ *dans le cas parabolique et la retarde dans le cas hyperbolique.*

Cette hypothèse a été suggérée par l'étude des surfaces à un nombre fini q de points fondamentaux de ramification $w_1, w_2, \ldots, w_q$. Pour ces surfaces, on peut définir, à partir de la représentation par réseau de Speiser-Nevanlinna, une fonction nodale $\mu(n)$, dont la croissance avec n est plus ou moins rapide selon que la ramification de la surface est plus ou moins forte : $\mu(n)$ est le nombre des nœuds de la $n^{\text{ième}}$ génération du réseau.

Dans le cas parabolique, des exemples nombreux justifient l'hypothèse. Pour le cas hyperbolique, le seul exemple connu vérifiant cette hypothèse est constitué par les surfaces de recouvrement universel du plan pointé en q points (*fig.* 1).

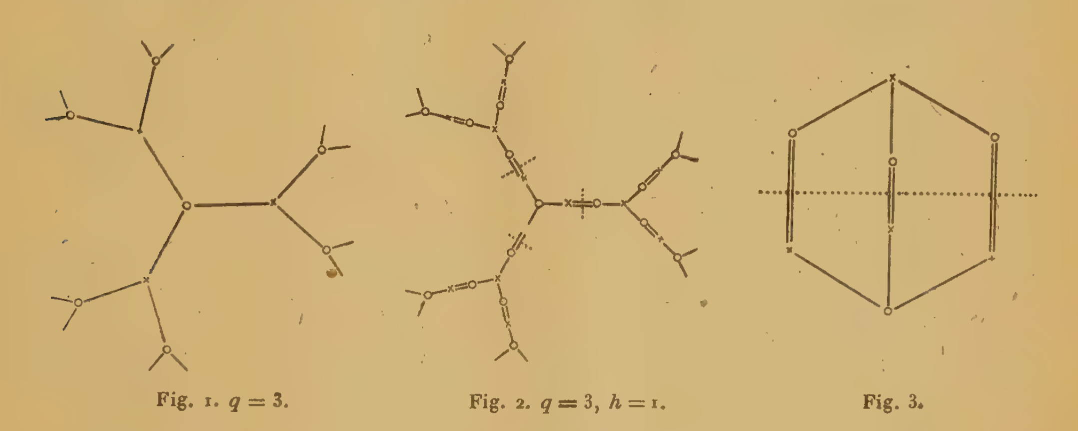


Fig. 1. $q = 3$. Fig. 2. $q = 3$, $h = 1$. Fig. 3.

La surface est d'autant plus ramifiée que q est plus grand : $\mu(n) = q(q-1)^{n-1}$. $T(r)$ croît effectivement d'autant moins vite que q est plus grand :

$$T(r) \cong \frac{1}{q-2} \log \frac{1}{1-r} \text{ [1]}.$$

Donnons un autre exemple. Partant des surfaces précédentes, nous pouvons, en laissant q fixe, faire varier la croissance de $\mu(n)$ en raréfiant les points de ramification logarithmiques par l'introduction de points réguliers sur les points fondamentaux w_i. Cette opération se traduit dans le réseau par l'insertion de nœuds non ramifiés entre les nœuds ramifiés (*fig.* 2). Le type des surfaces obtenues dépend de l'intensité de cette raréfaction. En particulier, la surface est hyperbolique, si le nombre de nœuds insérés entre deux nœuds consécutifs est constant [2]. Soit $2h$, ce nombre nécessairement pair, et W_h, la surface

---

[1] R. Nevanlinna, *Le théorème de Picard-Borel*, Gauthier-Villars, 1929.

[2] Le Van Thiem, *Comm. Math. Helv.*, Vol. 20, 1947, p. 270-287.

correspondante, uniformisée par $w_h(z)$. Pour $h=0$, nous retrouvons la surface initiale W_0.

Pour W_h, $\mu(n)=q(q-1)^{[n-1/2h+1]}$ où $(n-1)/(2h+1)$ désigne la partie entière de $(n-1)/(2h+1)$; la surface est d'autant moins ramifiée que h est plus grand. Le calcul de $w_h(z)$ montrera que $T_h(r)$ croît d'autant plus vite que h est plus grand. Utilisons le calcul par lequel M. Nevanlinna a obtenu l'expression explicite de l'uniformisante de certaines surfaces de Riemann à q bouts logarithmiques (³). Pour simplifier, supposons que les q points fondamentaux soient les racines $q^{\text{ièmes}}$ de l'unité : $w_i=\varepsilon_i$ $(i=1, 2, \ldots, q-1)$, et que le cercle-unité limite les demi-feuillets de la surface représentés par les nœuds du réseau de W_h.

Dans ce réseau, le nœud ramifié central est lié aux q nœuds ramifiés voisins par q chaînes de $2h$ nœuds non ramifiés. En coupant ces chaînes en leurs milieux (*fig.* 2), nous isolons une partie du réseau que nous appelons élément du réseau. Cet élément représente un certain nombre de demi-feuillets reliés les uns aux autres que nous appelons un élément de la surface. Si nous avions une représentation de cet élément sur le cercle-unité, son prolongement analytique par le principe de symétrie donnerait une représentation de W_h sur W_0.

Pour obtenir cette représentation, reprenons l'élément du réseau, supposé tracé sur la sphère de Riemann, le nœud central au pôle Sud et les bouts libres sur le cercle équatorial. En prenant la figure symétrique par rapport au cercle équatorial, nous obtenons le réseau complet d'une surface fermée (*fig.* 3) que nous représentons sur le plan des z. La fonction uniformisante est rationnelle. Les conditions : $R_h(0)=0$ et $R_h(\varepsilon_\nu)=\varepsilon_\nu$, la déterminent d'une façon unique. Le réseau ayant $2(hq+1)$ nœuds, la surface fermée possède $hq+1$ feuillets : $R_h(z)$ est donc de degré $hq+1$. Elle possède au point ε_ν un point critique d'ordre $2h$. Comme $R_h(z)=R_h(\varepsilon_\nu z)=R_h(\bar{z})=R_h(1/z)$, on trouve [*voir* note (³)] :

$$R_h(z)=z\frac{a_h^h z^{hq}+a_{h-1}^h z^{(h-1)q}+\ldots+a_0^h}{b_h^h z^{hq}+b_{h-1}^h z^{(h-1)q}+\ldots+b_0^h},$$

avec

$$\frac{1}{a_\nu^h}=q^h\nu!(h-\nu)!(q+1)\ldots(\nu q+1)(q-1)\ldots[(h-\nu)q-1]$$

et

$$\frac{1}{b_\nu^h}=q^h\nu!(h-\nu)!(q-1)\ldots(\nu q-1)(q+1)\ldots[(h-\nu)q+1].$$

Comme $a_\mu^h=b_{h-\mu}^h$, on a bien : $|R_h(z)|=1$ pour $|z|=1$: l'élément considéré est bien représenté sur le cercle-unité. On a donc $w_h(z)=R_h[w_0(z)]$. Il en

(³) R. NEVANLINNA, *Acta Math.*, 55, 1930, p. 259-276.

résulte que

$$T_h(r) \cong (qh+1)\,T_0(r) \cong \frac{qh+1}{q-2}\log\frac{1}{1-r}.$$

Donc, plus h est grand, c'est-à-dire moins ramifiée est la surface, plus vite croît $T_h(r)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de séries de polynomes.* Note de M. **Yves Martin**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous nous proposons d'étudier les séries d'interpolation

$$(1) \qquad \sum_1^\infty a_n P_n(z), \quad P_n(z) = \prod_1^n \left(1 - \frac{z}{\lambda_i}\right),$$

les λ_i formant une suite croissante de nombres réels, positifs, tendant vers l'infini

$$0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \lambda_{n+1} < \ldots, \qquad \lim_{n=\infty} \lambda_n = +\infty.$$

1° Si la série $\sum_1^\infty \frac{1}{\lambda_n}$ converge, on peut établir le théorème suivant : *si la série* (1) *converge pour* $z = z_0 \neq \lambda_i$, *la série* (1) *converge uniformément dans tout domaine borné. Le domaine de convergence de la série* (1) *est donc soit le plan entier, soit la suite de points* $z = \lambda_i$. *Il en est de même pour le domaine de convergence absolue.*

2° Si la série $\sum_1^\infty \frac{1}{\lambda_n}$ diverge, on a les théorèmes :

I. *Si la série* (1) *converge pour* $z = z_0 \neq \lambda_i$, *elle converge uniformément pour* $z = z_0 + re^{i\varphi}$ *avec* $0 \leqq r \leqq R$ *quel que soit* $R > 0$; $-\pi/2 + \eta \leqq \varphi \leqq \pi/2 - \eta$, $\eta > 0$.

La restriction $z_0 \neq \lambda_i$ *est nécessaire en ce sens qu'il existe des séries qui convergent pour* $\mathcal{R}(z) > \lambda_i$ *et* $z = \lambda_i$ *et présentant une discontinuité pour* $z = \lambda_i$. *La série* (1) *présente donc une abscisse de convergence* $\mathcal{R}(z) = \lambda$ (λ *pouvant être égale à* $\pm\infty$).

II. *La série* (1) *présente également une abscisse de convergence absolue* $\lambda' \geqq \lambda$. *La bande de convergence simple* $\lambda < \mathcal{R}(z) < \lambda'$ *a une épaisseur maximum* δ, *égale à l'exposant de convergence de la suite* e^{-S_n} *avec* $S_n = \sum_1^n \frac{1}{\lambda_i}$. *Si* D_i *et* D_s *désignent les densités inférieure et supérieure de la suite* λ_n, *on a la double inégalité* $1/D_s \leqq \delta \leqq 1/D_i$, *qui ne peut être améliorée.*

III. *Les abscisses de convergence simple et absolue* λ et λ' *se déterminent à partir des coefficients* a_n *par les égalités suivantes : soient* $\lambda(x)$ *une fonction continue,*

croissante définie pour $x \geqq 1$ et telle que $\lambda(n) = \lambda_n$:

$$F(n) = \int_1^n \frac{dx}{\lambda(x)};$$

$$\alpha = \limsup_{n=\infty} \frac{\log \left| \sum_0^n a_\nu \right|}{F(n)} \qquad (0 \leqq \alpha \leqq \infty),$$

$$\beta = \limsup_{n=\infty} \frac{\log \left| \sum_n^\infty a_\nu \right|}{F(n)} \qquad (-\infty \leqq \beta \leqq 0).$$

$\lambda = \alpha$ *si* $\lambda \geqq 0$.

$\lambda = \beta$ *si* $\sum_1^\infty a_n$ *converge.*

On obtient un résultat analogue pour λ' en remplaçant a_n par $|a_n|$ dans les expressions de α et β.

TOPOLOGIE. — *Sur les solutions périodiques de certains systèmes différentiels canoniques.* Note (*) de M. **Georges Reeb**, présentée par M. Elie Cartan.

Cette Note a pour objet d'appliquer à des problèmes plus spéciaux les résultats d'une Note antérieure [1], dont nous utiliserons les définitions et les notations.

Supposons donc que le champ E_μ [1] *soit associé à une fonction de Hamilton* $H_\mu(p_i, q_i)$ où $p_i, q_i (i = 1, \ldots, q)$ sont des coordonnées locales dans $V_n (n = 2q)$. On voit de suite qu'on peut trouver de nouvelles coordonnées locales, canoniquement conjuguées, $P_i, Q_i (i = 1, \ldots, q-1)$ P et h, de sorte que les équations différentielles de $E\mu$ s'écrivent :

$$(1) \quad \begin{cases} dP_i = -\dfrac{\partial H_\mu}{\partial Q_i} dt, & dQ_i = \dfrac{\partial H_\mu}{\partial P_i} dt, \\ dh = \dfrac{\partial H_\mu}{\partial P} dt & \text{et} \quad dP = -\dfrac{\partial H_\mu}{\partial h} dt, \end{cases}$$

où pour $\mu = 0$ ce système se réduit à :

$$dP_i = 0, \qquad dQ_i = 0, \qquad dh = 0.$$

Nous pouvons interpréter P_i, Q_i, h comme des coordonnées locales dans la base V_{n-1} de la fibration de V_n par les trajectoires de E_0.

Posons $\overline{H} = (\partial H_\mu / \partial \mu)_{\mu=0}$; le champ $\widetilde{E}$ sera défini par les équations (1) où l'on

(*) Séance du 28 mars 1949.

[1] *Cf.* G. Reeb, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1097.

aura substitué à la fonction H_μ la fonction $\widetilde{H}$ définie par

$$\widetilde{H}(P_i, Q_i, h) = \int_S \overline{H}(P_i, Q_i, P, h)\, dt,$$

où S est la fibre de V_n qui se projette au point de coordonnées P_i, Q_i, h.

Ces équations s'écrivent donc :

$$dP_i = -\left(\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial Q_i}\right) dt, \qquad dQ_i = \left(\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial P_i}\right) dt, \qquad dh = 0.$$

Soit W_μ la variété d'équation $H_\mu = h_0$ (const.), et supposons W_0 compacte, et sans singularités. Il existe dans ces conditions $\mu_1 > 0$, et une application ψ d'un voisinage W de W_0 sur W_0, se réduisant sur W_0 à l'identité, la restriction ψ_μ de ψ à W_μ étant un homéomorphisme. Soit E^1_μ le champ sur W_0 défini par $E^1_\mu = \psi_\mu(E'_\mu)$, où E'_μ est la restriction de E_μ à W_μ. On vérifie que le champ $\widetilde{E}^1$ associé à E^1_μ comme $\widetilde{E}$ est associé à E_μ, est la restriction de $\widetilde{E}$ à la variété W'_0 de V_{n-1} définie par l'équation $h = h_0$; ou encore le champ $\widetilde{E}^1$ est défini par les équations :

$$(2) \qquad dP_i = -\left(\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial Q_i}\right) dt, \qquad dQ_i = \left(\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial P_i}\right) dt.$$

Nous pouvons appliquer au champ E^1_μ les résultats de la Note (1), mais nous remarquons de plus que *toute singularité du champ* $\widetilde{E}^1$ *est une singularité de la fonction* $\widetilde{H}$ et réciproquement, en particulier à chaque singularité de $\widetilde{E}^1$ on peut associer les nombres types des diverses dimensions.

Si donc nous supposons que les singularités de $\widetilde{H}$ sont non dégénérées (donc chacune est caractérisée par l'indice de la forme quadratique associée), nous pouvons compléter le théorème III de (1), en tenant compte *des résultats classiques de Morse*, ainsi (2) :

THÉORÈME 1. — *Avec les hypothèses précédentes, il existe* $\mu_1 > 0$ *tel, que pourvu que* $\mu < \mu_1$, *le nombre des trajectoires simplement fermées de* E_μ, *vérifiant la relation* $H_\mu = h_0$, *est supérieur ou égal à la somme des nombres de Betti* (mod. 2) de W'_0.

On peut illustrer ceci sur l'exemple suivant : soit S_n la sphère définie par l'équation cartésienne $x_1^2 + \ldots + x_{n+1}^2 = 1$ dans l'espace euclidien R^{n+1} à $n+1$ dimensions. Désignons par $S_n^\star$ l'espace des vecteurs tangents à S_n dans R^{n+1}, un élément de $S_n^\star$ peut être caractérisé par les composantes $(x_1, \ldots, x_{n+1}, u_1, \ldots, u_{n+1})$, où les x_i sont les coordonnées de l'origine du vecteur de composantes $u_1, \ldots, u_{n+1}$. Les x_i et les u_i vérifient donc les deux

(2) Remarquer que $\widetilde{H}$ admet au moins un point singulier correspondant à un maximum (resp. minimum); la trajectoire correspondante jouit de certaines propriétés de stabilité. *Voir* aussi les remarques (4) et (4) de la Note (1).

relations $x_1^2+\ldots+x_{n+1}^2=1$ et $u_1x_1+\ldots+u_{n+1}x_{n+1}=0$. Considérons la fonction $H_\mu(x_i, u_i)$ définie sur S_n par les relations :

$$H_\mu = H+\mu H^* \quad \text{où} \quad H=u_1^2+\ldots+u_{n+1}^2 \quad \text{et} \quad H^*=\sum_{i,j}\alpha_{ij}u_iu_j$$

(les α_{ij} étant des fonctions des x_i). Les trajectoires associées à H_μ sont les géodésiques de la variété S_n munie de la forme fondamentale

$$ds^2=dx_1^2+\ldots+dx_n^2+\mu\sum_{i,j}\alpha_{ij}\,dx_i\,dx_j,$$

et en particulier si $\mu=0$ on obtient les grands cercles de S_n.

Dans ces conditions, la variété W_0 d'équation $H=h_0=1$ est compacte et W'_0 *est homéomorphe à l'espace des grands cercles orientés de* S_n, *et constitue un revêtement à deux feuillets de la variété* W''_0 *des grands cercles non orientés de* S_n. La fonction H^* étant fonction paire des u_i, on voit que $\tilde{H}$ prend les mêmes valeurs en deux points de W'_0 qui se projettent sur un même point de W''_0. La somme Σ des nombres types des singularités de $\tilde{H}$ est donc supérieure ou égale au double de la somme des nombres de Betti de W''_0, c'est-à-dire $\Sigma \geqq n(n+1)$.

Remarquons que les trajectoires de H ont pour équations paramétriques,

$$(3)\qquad x_i=A_i\cos t+B_i\sin t, \qquad u_i=B_i\cos t-A_i\sin t,$$

où A_i, B_i sont coordonnées d'un point de la trajectoire considérée.

D'où l'on déduit facilement l'expression de $\tilde{H}$,

$$\tilde{H}=\int_0^{2\pi}H^*(x_i, u_i)\,dt,$$

où x_i et u_i sont remplacées par leurs valeurs tirées de (3).

En appliquant ceci au cas particulier où $H^*=\sum_i \alpha_i u_i^2$ (tous les α_i distincts et constants) on retrouve les $n(n+1)$ ellipses principales (orientées) de l'ellipsoïde E_n.

MÉCANIQUE. — *Complément à un travail sur la stabilité.*

Note de M. Maurice Parodi, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans un travail antérieur [1] nous avons donné des conditions suffisantes pour que l'équation, dont le premier membre est un déterminant d'ordre n à éléments réels, a_{ij},

$$(1)\qquad \|a_{ij}+\delta_{ij}z\|=0 \qquad (\delta_{ij}, \text{ symbole de Kronecker})$$

---

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 51.

ait toutes ses racines à partie réelle négative $\left(a_{ii}>0, a_{ii}>\sum_{i\neq j}|a_{ij}|, i=1, 2, \ldots, n\right)$ et signalé que toutes ses racines se trouvaient à l'intérieur du domaine limité par l'ensemble des cercles C_i de centre $(-a_{ii}, 0)$ et de rayon $\sum_{i\neq j}|a_{ij}|$ dans le plan complexe de la variable z; nous avons de plus montré comment, en jouant sur les valeurs des éléments d'une ligne convenablement choisie, on pouvait parvenir à une stabilité aussi satisfaisante que l'on souhaitait.

Dans le cas où l'équation (1) a toutes ses racines à partie réelle négative, mais, soit que le domaine des cercles C_i se trouve tangent à l'axe imaginaire et que les conditions physiques du problème ne permettent pas de jouer sur les éléments d'une ligne pour améliorer la stabilité, soit que cette propriété de l'équation (1) résulte d'autres conditions que celles que nous avons énoncées, il est intéressant de pouvoir délimiter une zone entourant l'origine à l'intérieur de laquelle ne peuvent se trouver les racines de l'équation (1). Nous nous proposons dans cette Note de répondre à cette question.

Reprenons un résultat dû à M. Ostrowski (²).

Considérons une matrice $(A)=(a_{ij})$ de déterminant A différent de zéro et supposons que l'on ajoute aux éléments a_{ij} de (A) de petites quantités η_{ij} formant une matrice (D); M. Ostrowski a donné des conditions suffisantes pour que la matrice

$$(\mathcal{A})=(A)+(D)=(a_{ij}+\eta_{ij})$$

soit régulière.

Il a établi que tant que les η_{ij} restaient, en module, inférieurs à

$$d=\frac{1}{\sum_{i,j}\left|\frac{A_{ij}}{A}\right|}, \tag{2}$$

A_{ij} étant un mineur de A [A_{ij}/A étant par suite un élément de la matrice inverse $(A)^{-1}$ de (A)], le déterminant de $\mathcal{A}$ ne pouvait s'annuler.

Soit alors une matrice (a_{ij}) telle que son déterminant soit positif et que les racines de

$$\| a_{ij}+\delta_{ij}z \|=0$$

soient toutes à partie réelle négative, il est clair d'après le résultat de M. Ostrowski, que tant que z restera en module inférieur à la limite précédente d, le déterminant

$$\| a_{ij}+\delta_{ij}z \|$$

ne pourra s'annuler et restera positif.

(²) *Bull. Sci. Math.*, 61, 1937, p. 19.

On pourra donc tracer un cercle de rayon d donné par la relation (2), centré sur l'origine, dans le plan complexe de z, à l'intérieur duquel ne pourra se trouver une racine de (1).

Ce résultat donne donc des renseignements utiles sur la distribution des racines autour de l'origine et par suite sur la qualité de la stabilité du système dont le comportement est régi par l'équation (1).

MÉCANIQUE. — *Remarque sur les valeurs propres des matrices.* Note de M. **Udo Wegner**, présentée par M. Jean Chazy.

Pour déterminer s'il y a stabilité d'un système dynamique, il faut savoir si les valeurs caractéristiques λ_i d'une matrice

$$A = [a_{ik}],$$

composée, en général, d'éléments complexes, ont des parties réelles toutes négatives. Les critères connus jusqu'à ce jour exigent tous la connaissance du polynome caractéristique, mais la détermination de ce polynome demande un calcul long et pénible. Nous indiquons ici un procédé nouveau et plus avantageux : il évite le calcul du polynome caractéristique, et nécessite seulement, en substance, la détermination de la matrice inverse de $A - E$, E désignant la matrice unité, et le calcul par itération du plus grand module des valeurs caractéristiques ω_i de la matrice

$$B = [A - E]^{-1}[A + E].$$

Il y a stabilité si ce plus grand module est inférieur à 1.

En effet, la représentation conforme

$$\omega = \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1},$$

qui transforme la matrice A en la matrice B, transforme les valeurs caractéristiques λ_i de A en les valeurs caractéristiques ω_i de B. Il résulte que les valeurs caractéristiques de A auront leur partie réelle négative si, et seulement si les valeurs caractéristiques de B sont situées, dans le plan de la variable ω, à l'intérieur du cercle unité. Or la valeur caractéristique ω de plus grand module peut être calculée facilement par itération en partant d'une certaine colonne X_0. Par exemple, il y a instabilité si les itérées $B^p X_0$ de X_0 par la matrice B ont une valeur absolue qui augmente indéfiniment avec p.

AÉRODYNAMIQUE SUPERSONIQUE. — *Étude de certains mouvements vibratoires harmoniques à l'aide d'une correspondance avec les mouvements homogènes.* Note (*) de MM. **Paul Germain** et **Roger Bader**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Le potentiel de perturbation φ d'un mouvement vibratoire harmonique linéarisé satisfait à l'équation des ondes amorties

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)+k^2\varphi=0,\qquad \beta^2=M^2-1,\qquad k^2=\frac{\omega^2\sin^2\alpha}{V^2\cos^4\alpha},$$

où M est le nombre de Mach, α l'angle de Mach, ω la pulsation des vibrations, V la vitesse de l'obstacle.

Dans l'étude du problème purement portant relatif à une surface vibrante S (aplatie sur le plan Oxy)

$$f(x,y)\,e^{i\omega t}-z=0,$$

on est amené à rechercher une solution particulière nulle ainsi que ses dérivées du premier ordre dans un plan $x=-A$, A suffisament grand, telle que

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0}=\left(V\frac{\partial f}{\partial x}+i\omega f\right)e^{i\omega\frac{xM^2}{V\beta^2}},\qquad \text{sur S}$$

et que

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{z=0}=0,\qquad \text{à l'extérieur de S.}$$

2. Utilisons d'abord la méthode de la solution fondamentale (¹). Dans le cas d'un obstacle à contours totalement supersoniques, φ est défini par l'identité

$$\varphi(\xi,\eta,\zeta)=-\frac{1}{\pi}\iint_h\frac{\partial\varphi(x,y,0)}{\partial z}\,\frac{\cos k\sqrt{(\xi-x)^2-\beta^2(\eta-y)^2-\beta^2\zeta^2}}{\sqrt{(\xi-x)^2-\beta^2(\eta-y)^2-\beta^2\zeta^2}},$$

h étant l'intersection de l'avant-cône de Mach du point (ξ,η,ζ) avec le plan $z=0$. Mais dans le cas général on est conduit à inverser une équation intégrale de la forme

$$F(\lambda_0\mu_0)=\int_c^{\lambda_0}d\lambda\int_{b(\lambda)}^{\mu_0}d\mu\,f(\lambda,\mu)\frac{\cos k\sqrt{(\lambda_0-\lambda)(\mu_0-\mu)}}{\sqrt{(\lambda_0-\lambda)(\mu_0-\mu)}},\qquad x-\beta y=\lambda,\qquad x+\beta y=\mu.$$

Cette équation n'a pu être inversée explicitement que dans le cas où $b(\lambda)$ est constant; on trouve alors (en utilisant par exemple le calcul symbolique) (²)

$$f(\lambda,\mu)=\frac{1}{\pi^2}\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial}{\partial\mu}\int_c^{\lambda}d\lambda_0\int_b^{\mu}d\mu_0\,F(\lambda_0\mu_0)\,K[(\lambda_0-\lambda)(\mu_0-\mu)],$$

(*) Séance du 28 mars 1949.

(¹) P. Germain et R. Bader, *Théorie générale de l'écoulement supersonique autour d'un obstacle aplati sur un plan* (*Rapport O. N. E. R. A.* 1/1155 A, 1948).

(²) Cette inversion intervient dans la solution du problème inverse, savoir : connaissant la répartition des pressions sur S trouver la forme de S. *Voir* aussi Krassilchtchikova, *C. R. U. R. S. S.*, 58, nº 5, p. 761.

avec

$$K(t) = \frac{\cos k\sqrt{t}}{\sqrt{t}} + \frac{k}{2}\int_0^t \frac{\cos k\sqrt{t-\tau}}{\sqrt{t-\tau}}\,\frac{\operatorname{Sh} k\sqrt{\tau}}{\sqrt{\tau}}\,d\tau.$$

3. Par la méthode de la séparation des variables, qui conduit aux mouvements homogènes [3] dans le cas stationnaire, on peut mettre une solution d'ordre n sous la forme

$$\varphi_n = x^n H_n(\chi, \theta) F_{n+\frac{1}{2}}(2k^2 u),$$

avec

$$x = \beta r \chi, \qquad y = r\cos\theta, \qquad z = r\sin\theta, \qquad 2u = x^2 - \beta^2 r^2,$$

$F_{n+1/2}(t^2)$ proportionnel à $J_{n+1/2}(t)/t^{n+1/2}$, $F_{n+1/2}(0) = 1$, et où $\bar{\varphi}_n = x^n H_n(\chi, \theta)$ est la solution correspondant au cas stationnaire ($k = 0$) et qui représente donc un mouvement homogène d'ordre n.

Par suite, à toute solution pour $k = 0$, fournie par la superposition de mouvements homogènes

$$\bar{\varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\varphi}_n,$$

correspondra une solution pour $k \neq 0$ fournie par

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\varphi}_n F_{n+\frac{1}{2}}(2k^2 u),$$

sous réserve de convergence.

Si S est un angle de sommet O comprenant Ox [$(\varphi)_{z=0} = 0$ entraîne alors par correspondance $(\bar{\varphi})_{z=0} = 0$, à l'extérieur de S] la connaissance, sur S, de $(\partial\varphi/\partial z)_{z=0}$ développé en $x^n F_{n+(1/2)}(2k^2 U)$ détermine par correspondance la condition aux limites pour chaque $\bar{\varphi}_n$; on a en effet

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0} = \sum_0^{\infty} \beta x^{n-1} \frac{\partial H_n(\eta, 0)}{\partial\zeta} F_{n+\frac{1}{2}}, \qquad \eta = \frac{\beta y}{x}, \qquad \zeta = \frac{\beta z}{x}.$$

On obtient, par exemple, très facilement ce développement toutes les fois que $(\partial\varphi/\partial z)_{z=0}$ sera somme d'expressions de la forme $x^n e^{i\lambda x}$ en utilisant l'identité connue

$$e^{ihs\sigma} = \sqrt{2\pi}\sum_0^{\infty}\left(n + \frac{1}{2}\right) i^n \frac{J_{n+\frac{1}{2}}(hs)}{\sqrt{hs}} P_n(\sigma).$$

Les mouvements homogènes à calculer sont alors tous élémentaires.

Par superposition, on peut étudier des surfaces de forme en plan plus générale à partir des mouvements de ce type comme dans le cas stationnaire à partir des mouvements coniques et homogènes.

---

(3) P. Germain, *La Théorie des Mouvements homogènes* (*La recherche aéronautique*, 1949, n° 7).

ASTROPHYSIQUE. — *Sur l'angle des axes magnétique et de rotation des astres.* Note (*) de M. **Antonio Gião**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le fait que l'axe magnétique des astres ne coïncide pas exactement avec l'axe de rotation (il est bien connu que les deux axes font un angle de 11°,5 pour la Terre et d'environ 5° pour le Soleil) peut sembler à première vue contraire à la théorie des rapports entre gravitation et électromagnétisme ([1]) que nous avons déduite comme une ramification de notre théorie unitaire ([2]), et d'après laquelle le champ magnétique général des astres est une conséquence fondamentale de leur rotation. En réalité, nous allons voir que les bases de la théorie exigent précisément que l'axe magnétique soit en général incliné par rapport à l'axe de rotation. Considérons à nouveau les équations fondamentales de Codazzi de la Géométrie différentielle. Soient g_{ik} et ω_{ik} les tenseurs métriques interne et externe d'une hypersurface. Pour un espace de classe 1 (comme l'espace-temps) et en posant $2\mathrm{A}_k^i \equiv g^{il}\omega_{lk}$ ces équations s'écrivent ([3])

$$(1)\qquad \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x^j} - \frac{\partial \omega_{ij}}{\partial x^k} = \mathrm{A}_k^h\left(\frac{\partial g_{ih}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^h} + \frac{\partial g_{jh}}{\partial x^i}\right) - \mathrm{A}_j^h\left(\frac{\partial g_{ih}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^h} + \frac{\partial g_{kh}}{\partial x^i}\right),$$

d'où l'on déduit pour un domaine quasi statique de l'espace-temps

$$(2)\qquad \frac{\partial_{4l}\omega}{\partial x^j} - \frac{\partial \omega_{4j}}{\partial x^l} = (\mathrm{A}_j^j + \mathrm{A}_l^l)\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{4j}}{\partial x^l}\right) + \mathrm{A}\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{4j}}{\partial x^i}\right)$$
$$+ \mathrm{A}_j^i\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{4i}}{\partial x^l}\right) + \mathrm{A}_l^4\frac{\partial g_{44}}{\partial x^j} - \mathrm{A}_j^4\frac{\partial g_{44}}{\partial x^l},$$

i, j, l étant ici une permutation circulaire de 1, 2, 3.

D'après notre théorie unitaire ([2]), le champ magnétique H_i est donné ([4]) dans le cas quasi statique par

$$(3)\qquad \mathrm{H}_i = \frac{1}{\chi_0\sqrt{-1}}\,\frac{(m_0)_e c^2}{e}\left(\frac{\partial \omega_{4l}}{\partial x^j} - \frac{\partial \omega_{4j}}{\partial x^l}\right).$$

D'après (2) $\mathrm{A}_j^j + \mathrm{A}_l^l$ se comporte, dans un changement purement spatial des coordonnées, comme un scalaire ξ. On déduit donc de (2)

$$(4)\qquad \mathrm{H}_i = \frac{1}{\chi_0\sqrt{-1}}\,\frac{(m_0)_e c^2}{e}\left\{\xi\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x_j} - \frac{\partial g_{4j}}{\partial x^l}\right) + \mathrm{A}_l^i\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{4j}}{\partial x^i}\right)\right.$$
$$\left. + \mathrm{A}_j^i\left(\frac{\partial g_{4l}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{4l}}{\partial x^l}\right) + \mathrm{A}_l^4\frac{\partial g_{44}}{\partial x^j} - \mathrm{A}_j^4\frac{\partial g_{44}}{\partial x^l}\right\}.$$

(*) Séance du 21 mars 1949.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1813; 225, 1947, p. 924; 226, 1948, p. 645, 1298, 2126.

([2]) *Portugaliæ Phys.*, 2, 1946, p. 1-98; *Portugaliæ Math.*, 5, 1946, p. 145-192; 6, 1947, p. 67-114; 7, 1948, p. 1-44; *Bul. Soc. Port. Math.*, (A), 1946, p. 29-40.

([3]) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 742.

([4]) Pour les notations, voir *Comptes rendus*, *loc. cit.*

Pour une sphère en rotation sans aimantation permanente on a ([4])

$$g_{4i} = 2\frac{K}{c^3\sqrt{-1}}\gamma M_{rot}\frac{1}{r^3}(u_j x_l - u_l x_j) \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{5}$$

En tenant compte de (5) et de la relation $c^2 \partial g_{44}/\partial x^i = 2KM(x_i/r^3)$ qui exprime les dérivées du g_{44} d'une sphère de masse M, (4) donne facilement les composantes cartésiennes rectangulaires de $\overrightarrow{H}$ (H_3 suivant l'axe de rotation, φ latitude, λ longitude):

$$H_1 = -\frac{2(m_0)_e K\gamma M_{rot}}{\chi_0 ecr^3}[3(\xi\cos\lambda - A_2^1\sin\lambda)\sin\varphi\cos\varphi - A_3^1(3\sin^2\varphi - 1)]$$
$$+ \frac{2(m_0)_e KM}{\chi_0 er^2\sqrt{-1}}(A_3^4\cos\varphi\sin\lambda - A_2^4\sin\varphi),$$

$$H_3 = -\frac{2(m_0)_e K\gamma M_{rot}}{\chi_0 ecr^3}[\xi(3\sin^2\varphi - 1) - 3(A_2^3\sin\lambda - A_1^3\cos\lambda)\sin\varphi\cos\varphi]$$
$$+ \frac{2(m_0)_e KM}{\chi_0 er^2\sqrt{-1}}(A_2^4\cos\lambda - A_1^4\sin\lambda)\cos\varphi$$

(il est inutile d'écrire H_2 qui n'intervient pas dans le calcul).

On sait ([3]) que les composantes non diagonales de A_k^i sont en général du second ordre par rapport aux composantes diagonales. En les négligeant on obtient le champ analysé précédemment ([1]), ([3]) dont l'axe coïncide avec l'axe de rotation. Aux pôles magnétiques ($\varphi = \varphi_p$) le champ est normal à la surface et l'on a les conditions $H_2 = 0$, $H_1\sin\varphi - H_3\cos\varphi = 0$. En posant $\lambda = 0$ pour le méridien passant par les pôles magnétiques, la deuxième condition s'écrit

$$3(A_1^3 - A_3^1)\sin\varphi_p\cos^2\varphi_p + 2A_3^1\sin\varphi_p - \xi\cos\varphi_p = \frac{Mc}{\gamma M_{rot}}\left(\frac{rA_2^4}{\sqrt{-1}}\right). \tag{6}$$

Pour les raisons indiquées plus haut, les termes en A_1^3 et A_3^1 sont du second ordre par rapport au terme en ξ. Posons $rA_2^4/\sqrt{-1} = a_2^4$. Cette quantité (réelle) doit être à peu près indépendante de r puisque l'axe du champ est presque rectiligne. Enfin, on sait ([1]) que l'on a pour la Terre, pour le Soleil et pour l'étoile 78 Vir $\xi = \chi_0\beta e/4(m_0)_e\sqrt{K}$.

En désignant par θ l'angle des axes magnétique et de rotation ($\theta = \pi/2 - \varphi_p$), on obtient donc à partir de (6) la relation importante

$$\sin\theta = \cos\varphi_p = -\frac{4(m_0)_e c\sqrt{K}}{\chi_0 e}\left(\frac{M}{\beta\gamma M_{rot}}\right)a_2^4. \tag{7}$$

D'après (6) ou (7) *l'angle* θ *est dû uniquement aux* A_k^i (*pour* $i \neq k$).

Après avoir déterminé φ_p, l'équation $H_2 = 0$, où l'on pose $\varphi = \varphi_p$, donne la longitude des pôles magnétiques. Remarquons que d'un astre à l'autre, c'est surtout le rapport M/M_{rot} qui change, (7) montre donc que $\theta(\text{Terre}) > \theta(\text{Soleil})$; d'accord avec les faits d'observation.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur le formalisme de la théorie de l'électron négatif et positif.* Note de M. **Jean G. Valatin**, présentée par M. Louis de Broglie.

Choisissons comme base les solutions d'onde plane de l'équation de Dirac d'un électron *libre*, avec un volume de normalisation fini,

$$(1) \qquad \psi_{\underline{n}} = \varphi_{\underline{n}} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\underline{n}} t}, \qquad \varphi_{\underline{n}} = u_{\underline{n}} e^{\frac{i}{\hbar c}(\vec{p}_{\underline{n}}.\vec{x})}.$$

Les indices $\underline{n}$ soulignés représentent soit les indices n des états d'énergie positive soit les indices primés n' des états d'énergie négative. A l'espace R de Hilbert des vecteurs $(c_{\underline{n}})$, formé par les fonctions $\varphi = \Sigma c_{\underline{n}}\varphi_{\underline{n}}$, $\Sigma|c_{\underline{n}}|^2 < \infty$, correspond un espace R^* des vecteurs $(c^{\underline{n}})$ tel que $\Sigma c^{\underline{n}} c_{\underline{n}}$ est invariant. R_+ et R_- étant les sous-espaces de R correspondant au spectre positif et négatif de l'énergie, l'état d'un électron libre est caractérisé par un vecteur de R_+, l'état d'un positron par un vecteur de l'espace R_-^* dual de R_-. L'état Φ d'un système d'électrons négatifs et positifs peut être caractérisé par un élément normé de l'espace des tenseurs antisymétriques de différents rangs de R_+ et de R_-^*,

$$(2) \qquad \Phi = \{c_0, (c_{\bar{n}}), (c_{\bar{n}_1\bar{n}_2}), (c_{\bar{n}_1\bar{n}_2\bar{n}_3}), \ldots\}, \qquad \sum_i \sum_{\bar{n}_\alpha} |c_{\bar{n}_1\ldots\bar{n}_i}|^2 = 1.$$

$\bar{n}$ peut être un indice n contravariant, ou un indice n' covariant.

C'est la notion des éléments duals de l'espace R_- qui doit remplacer la notion des trous dans une infinité d'électrons occupant les états d'énergie négative laquelle conduit à des difficultés conceptuelles. Le signe positif ou négatif de la charge électrique se trouve ainsi associé étroitement à la notion géométrique de la dualité. Au lieu d'introduire par une méthode purement formelle des opérateurs avec des constantes additives infinies, il est plus naturel de ne définir dans l'espace des états Φ que des opérateurs sans constantes infinies [1].

Parmi les opérateurs $a_{\underline{n}}$, $a_{\underline{n}}^*$, avec les relations

$$a_{\underline{m}}a_{\underline{n}} + a_{\underline{n}}a_{\underline{m}} = a_{\underline{m}}^*a_{\underline{n}}^* + a_{\underline{n}}^*a_{\underline{m}}^* = 0, \qquad a_{\underline{n}}^*a_{\underline{m}} + a_{\underline{m}}a_{\underline{n}}^* = \delta_{\underline{n}\underline{m}},$$

a_n^*, $a_{n'}$ sont des opérateurs de création, a_n, $a_{m'}^*$ des opérateurs d'annihilation. Au lieu des opérateurs du type $\Sigma(\underline{n}|A|\underline{m})a_{\underline{n}}^*a_{\underline{m}}$ de la seconde quantification

---

[1] *Voir* aussi V. Fock, *C. R.*, Leningrad, (N. S.), n° 6, 1933, p. 267; W. H. Furry et J. R. Oppenheimer, *Phys. Rev.*, 45, 1934, p. 245, 343; H. A. Kramers, *Proc. Ak. Wetensch.*, Amsterdam, 40, 1937, p. 814; A. Pais, *Developments in the Theory of the Electron*, Princeton, 1948.

en R on a des opérateurs $A = \Sigma(\underline{n}|\mathrm{A}|\underline{m})' \overbrace{a^\star_{\underline{n}} a_{\underline{m}}}$. Le signe ⌐‾‾¬ indique que pour avoir le même ordre des facteurs de création et d'annihilation dans tous les termes, l'ordre de deux facteurs ayant des indices primés doit être changé selon la règle

(3) $$a^\star_{n'} a_{m'} \rightarrow -a_{m'} a^\star_{n'}.$$

Il y a des opérateurs pour lesquels $(\underline{n}|\mathrm{A}|\underline{m})' = (\underline{n}|\mathrm{A}|\underline{m})$, pour d'autres $(n'|\mathrm{A}|m')$ est encore affecté du signe —, pour d'autres les éléments de matrice doivent être symétrisés selon les exigences de la symétrie de charge. On doit définir dans tous les cas les opérateurs introduits de façon que pour un opérateur pair $A^{(p)}\Phi_0 = 0$, où Φ_0 est le tenseur de rang O avec $a_m\Phi_0 = 0$, $a^\star_{m'}\Phi_0 = 0$, tandis que pour un opérateur A ayant une partie impaire, le rôle de Φ_0 est joué par un état Φ^{A}_0, dont les coefficients peuvent être caractérisés par les déterminants de différents rangs formés avec les coefficients d'une transformation unitaire de R. Les considérations concernant les états Φ de (2) peuvent être rendues beaucoup plus claires et simples en utilisant pour les tenseurs antisymétriques la représentation de l'algèbre extérieure ([2]).

La variation temporelle des coefficients $c_{\bar{n}_1 \ldots \bar{n}_i}$ de Φ suit l'équation d'onde

(4) $$\left\{ \begin{array}{l} i\hbar \dfrac{\partial}{\partial t}\Phi = \mathcal{H}\Phi \qquad \text{avec} \quad \mathcal{H} = \mathrm{W} + \mathrm{V}, \\ \mathrm{W} = \displaystyle\sum_{\mathrm{E}_n > 0} \mathrm{E}_n a^\star_n a_n + \sum_{\mathrm{E}_{n'} < 0} |\mathrm{E}_{n'}|\, a_{n'} a^\star_{n'}, \qquad \mathrm{V} = \frac{1}{2} \sum (\underline{n}_1 \underline{n}_2 |\mathrm{V}| \underline{m}_1 \underline{m}_2)\, \overbrace{a^\star_{\underline{n}_1} a^\star_{\underline{n}_2} a_{\underline{m}_2} a_{\underline{m}_1}}, \end{array} \right.$$

où le signe ⌐‾‾¬ indique le changement de l'ordre des facteurs selon la règle (3), éliminant les termes superflus d'une théorie non symétrique. En prenant pour $(\underline{n}_1 \underline{n}_2 |\mathrm{V}| \underline{m}_1 \underline{m}_2)$ les éléments de matrice de l'énergie d'interaction de deux électrons libres donnés par Møller ([3]), on a une description relativiste approximative d'un système d'électrons. Les difficultés de la définition de l'opérateur V dans un champ extérieur ([4]) montrent seulement que, l'introduction d'un champ extérieur étant toujours une approximation, le point de départ naturel d'une théorie d'interaction est fourni par le système de base de particules libres, où l'interaction avec d'autres sortes de particules peut être décrite en introduisant les états de celles-ci de façon analogue.

([2]) H. Gassmann, *Ausdehnungslehre*, 1862, Berlin; N. Bourbaki, *Algèbre multilinéaire*, 1948, Paris.

([3]) *Z. f. Physik*, 70, 1931, p. 786; *Ann. d. Physik*, 5e série, 14, 1932, p. 531; L. Rosenfeld, *Z. f. Physik*, 73, 1931, p. 253.

([4]) W. H. Furry et J. R. Oppenheimer, *loc. cit.*, p. 253.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Interactions entre les ondes d'agitation thermique à l'approximation de Debye.* Note (*) de M. **André Herpin**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les interactions entre les ondes d'agitation thermique d'un cristal, nécessaires pour expliquer la conductibilité thermique, proviennent du défaut d'harmonicité des vibrations des ions du cristal ([1]), qui se traduit par l'existence, dans l'énergie potentielle, de termes du troisième degré par rapport au déplacement des ions. Ces mouvements moléculaires peuvent être décomposés en ondes d'agitation thermique, chaque onde étant déterminée par un vecteur d'onde $\mathbf{k}(k_1, k_2, k_3)$ et un indice i variant de 1 à 3 qui précise le type d'onde dont il est question. Le déplacement d'un ion caractérisé par sa distance à l'origine $\mathbf{n}a(n_1 a, n_2 a, n_3 a)$, n_1, n_2, n_3 étant trois nombres entiers et a la constante du réseau, a pour composante dans la direction h,

$$y^h(\mathbf{n}) = \sum_{\mathbf{k}i} y^h_{\mathbf{k}i}(\mathbf{n}) \qquad \text{avec} \quad y^h_{\mathbf{k}i}(\mathbf{n}) = a^h_{\mathbf{k}i}(t)\, e^{-2\pi i \mathbf{k}\mathbf{n}a}.$$

Les vecteurs $\mathbf{k}$ sont astreints aux conditions

$$(1) \qquad |k_1| < a, \qquad |k_2| < a, \qquad |k_3| < a.$$

Le potentiel perturbateur est donc de la forme

$$V^{(3)} = \sum_{\mathbf{n}} \sum_{\mathbf{k}i} \sum_{\mathbf{k}i'} \sum_{\mathbf{k}i''} \sum_{h,h',h''} V^{h h' h''}_{\mathbf{k}i, \mathbf{k}'i', \mathbf{k}''i''} y^h_{\mathbf{k}i}(\mathbf{n})\, y^{h'}_{\mathbf{k}'i'}(\mathbf{n})\, y^{h''}_{\mathbf{k}''i''}(\mathbf{n}),$$

la première somme étant étendue à tous les ions du réseau. Du fait de l'existence de l'exponentielle, cette sommation annule tous les termes, sauf ceux pour lesquels celle-là est égale à 1, ce qui implique

$$(2) \qquad k_h + k'_h + k''_h = 0, \qquad \pm \frac{2\pi}{a}, \qquad \pm 2\frac{2\pi}{a}, \qquad \ldots \qquad (h = 1, 2, 3).$$

Les seuls éléments de matrice de $V^{(3)}$ non nuls correspondent aux transitions dans lesquelles une onde perd un quantum, deux autres ondes en gagnant chacune un, la condition de résonance (conservation de l'énergie) se traduisant par l'équation

$$(3) \qquad \nu_{\mathbf{k}i} = \nu_{\mathbf{k}'i'} + \nu_{\mathbf{k}''i''}.$$

Les seules transitions possibles sont donc celles qui satisfont à (2) et (3). Ces calculs peuvent être transposés à l'approximation de Debye. Celle-ci consiste à supposer le cristal isotrope et dénué de dispersion. La structure discontinue de la matière s'introduit par l'existence d'une longueur d'onde

---

(*) Séance du 28 mars 1949.

([1]) Peierls, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 5, 1935, p. 177.

minimum, de l'ordre de la constante du réseau ([2]). On doit donc remplacer la condition (2) par

(1′) $$|\mathbf{k}| < k_0.$$

Dans ce modèle simplifié, on peut encore introduire, dans l'énergie potentielle, des termes du 3e degré par rapport aux déplacements, provenant des écarts à la loi de Hooke. Mais la sommation sur $\mathbf{n}$ doit être remplacée par une intégrale triple, étendue à tout le cristal, et les seuls termes non nuls sont ceux pour lesquels

(4) $$\mathbf{k}_i + \mathbf{k}'_{i'} + \mathbf{k}''_{i''} = 0$$

La suite du calcul se fait de la même manière que dans la théorie moléculaire et les transitions possibles sont encore caractérisées par la condition de résonance

$$\nu_{\mathbf{k}i} = \nu_{\mathbf{k}'i'} + \nu_{\mathbf{k}''i''}.$$

La condition (4) étant beaucoup plus restrictive que la condition (2), on ne tient pas compte d'un grand nombre de transitions qui étaient possibles d'après la théorie moléculaire. Le modèle de Debye semble donc conduire à une impasse.

Pour améliorer la situation, il convient de modifier un peu ce modèle, ou plus exactement de l'adapter davantage à la structure continue du cristal. Dans un cristal, on peut ne considérer que les ondes dont le vecteur d'onde est intérieur à la première zone. Si, par interaction, il se produit une onde extérieure à la première zone, on peut la ramener à l'onde équivalente de la première zone; c'est justement là le rôle des facteurs $2\pi/a$ des seconds membres de (2).

Dans le modèle de Debye, la première zone est sphérique, ce qui correspond à une valeur moyenne prise dans toutes les directions possibles. Pour rester en accord avec la théorie moléculaire, nous ne devons pas rejeter les ondes obtenues par interaction et dont les vecteurs d'onde seraient extérieurs à la sphère de Debye, mais au contraire les ramener à l'intérieur de cette sphère. Pour cela, nous transformerons l'équation (4) en

(2′) $$\mathbf{k} + \mathbf{k}' + \mathbf{k}'' = \mathbf{k}_0\sqrt{\mathbf{n}_1^2 + \mathbf{n}_2^2 + \mathbf{n}_3^2},$$

$\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$, $\mathbf{n}_3$ étant entiers et $\mathbf{k}_0$ un vecteur de longueur k_0 et de direction arbitraire et nous admettrons que pour tous les couples ($\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$, $\mathbf{k}''$) satisfaisant à (2′), la valeur de l'intégrale triple est la même que pour les couples satisfaisant à (4). On doit ensuite prendre la valeur moyenne pour toutes les directions de $\mathbf{k}_0$. Nous pensons que cette manière d'opérer non justifiable mathématiquement conserve les principes physiques qui sont à la base de la théorie moléculaire des corps solides; elle doit ainsi donner des résultats assez voisins de la réalité.

([2]) L. Brillouin, *Les tenseurs en Mécanique et en Élasticité*, Paris, 1936.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la possibilité de créer de grandes sources thermo-artésiennes.* Note de MM. **Georges Claude** et **André-Georges Claude**, présentée par M. Albert Caquot.

Dans une Note antérieure (¹) nous avons défini l'importance de l'énergie thermique théoriquement disponible dans les couches terrestres qui sont ou seront prochainement accessibles.

Nous voulons montrer ici dans quelles conditions favorables il sera souvent possible d'utiliser pratiquement cette énergie en profitant de ce qu'une grande partie du sous-sol est noyée dans des nappes d'eau qui, fréquemment, affleurent à la surface. Comme il est prévu à la fin de la Note précitée, ce résultat sera obtenu à l'aide de puits forés jusqu'aux couches chaudes, remontant automatiquement l'eau sous une poussée hydrostatique qui, pour 4000^{m} par exemple, atteindrait 160^{m} d'eau, calculée au degré géothermique de 32^{m}. L'eau sera ainsi amenée à l'usine pour y être traitée par la source froide.

La mauvaise conductibilité thermique des roches et leur faible perméabilité ordinaire ne permettraient à un puits aboutissant dans un milieu compact, même avec une très vaste *crépine*, que des remontées d'eau très faibles. Il en sera autrement si le puits débouche dans une de ces couches à circulation d'eau facile que des causes très diverses (contractions inégales par le refroidissement terrestre, actions tectoniques, effondrements souterrains, etc.) ont criblé de fractures.

On réalisera ainsi à l'échelle géologique une sorte d'aspirateur très efficace remontant l'eau de centaines de kilomètres carrés.

Considérons une tranche de 100^{km^2} d'un tel terrain aquifère de niveau hydrostatique peu variable, à faible profondeur au-dessous du sol, et à la température de surface égale à 10° C. (T_0 283).

A X-mètres se trouve le réseau de fractures, dans lequel aboutit un puits étanche en relation parfaite avec les fractures.

Considérons dans ce puits un débit de 1 m^3/sec. Sur les 100^{km^2}, il en résultera une absorption très lente de $0^{m},315$ par an, qui dans des cas bien choisis pourra s'obtenir.

Dans ce mode de circulation chaque tranche horizontale s'enfoncera sensiblement parallèlement, et à la profondeur x sa température T ne différera de la température $T+\Delta T$ du sol que d'une quantité très petite par le contact direct dans les pores du terrain en raison de la durée de ce contact. La vitesse de $0^{m},315$ par an correspond en effet à moins de 4/100 de millimètre par heure, et la grandeur de ΔT est négligeable au regard de T.

(¹) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1827-1826.

Au début du fonctionnement, la température T, à 4000^m dans le réseau des fractures, sera ainsi de $282 + 4000/32$ ou $283 + 125$ degrés absolus.

Sur 100^{km^2} et avec cette profondeur, un abaissement de $1/10$ de l'accroissement de la température correspondra à la transmission de

$$0,5 \times 12,5 \times 4 \times 10^5 \times 10^8 = 2,5 \times 10^{15} \text{ kilocalories}$$

du sol au fluide, et pour cette surface nous avons admis un débit de $1 m^3$/sec avec un accroissement moyen de $125 - 1/2 \times 125/10 = 118°,75$. Soit un flux annuel thermique de $31,5 \times 10^9 \times 118,75 = 3,74 \times 10^{12}$ kilocalories.

L'abaissement de température envisagé ne se produira qu'au bout de $2,5 \times 10^{15}/3,74 \times 10^{12}$ ou 668 ans.

Aux températures ci-dessus le rendement du cycle de Carnot est de 0,3.

Nous supposerons ensuite pour l'usine Claude-Boucherot le 1/5 seulement du rendement précédent.

L'énergie annuelle sera alors en kilowatt-heures

$$3,74 \times 10^{12} \times 0,3 \times 0,02 \times 1/860 = 260 \times 106,$$

soit 260 millions de kilowattheures produits par une puissance moyenne de 30000 kilowatts.

Suivant la puissance et la perméabilité de la couche inférieure fracturée, le débit à extraire pourra varier.

Un puits circulaire de 2^m de diamètre suffirait pour extraire $8 m^3$/sec, et produire avec une puissance de 240000 kilowatts, plus de 2 milliards de kilowattheures s'il était en relation parfaite avec un réseau de fractures largement drainant.

L'eau souvent très pure, et stérilisée par son cycle de température, pourrait servir à tous les usages.

MAGNÉTISME. — *Influence des fluctuations thermiques sur l'aimantation des substances ferromagnétiques massives.* Note de M. **Louis Néel**, présentée par M. Aimé Cotton.

En l'absence de champ magnétique, l'énergie W d'un élément E de paroi de Bloch, de surface S, séparant deux domaines élémentaires aimantés antiparallèlement, est une fonction de l'abscisse x de E. Prenons comme origine $x = 0$ la position initiale d'équilibre de E, correspondant à un minimum de W. Les fluctuations thermiques impriment à E une sorte de mouvement brownien, caractérisé par une vitesse absolue moyenne $\overline{|dx/dt|}$ d'agitation, et sont capables de lui faire franchir spontanément une barrière de potentiel, de hauteur W_m au-dessus de la position initiale, le séparant des autres positions d'équilibre possibles.

A l'intérieur de la paroi, d'épaisseur η, l'aimantation spontanée tourne pro-

gressivement d'un angle π, tout en restant parallèle au plan moyen de paroi, c'est-à-dire perpendiculaire à la direction Ox de déplacement. L'action d'un couple perturbateur γ, parallèle à Ox, donne à tous les spins, situés dans l'épaisseur de paroi, une vitesse angulaire de précession $d\varphi/dt$ donnée par la relation.

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{e}{m\mathrm{M}}\gamma, \quad (e,\ m,\ \text{charge et masse de l'électron}), \tag{1}$$

où $\mathrm{M} = \mathrm{S}\eta\mathcal{J}$ représente le moment résultant de tous les spins intérieurs à la paroi si on les suppose tous parallèles ($\mathcal{J}$ est l'aimantation spontanée). A cette précession correspond un déplacement de paroi dont la vitesse dx/dt est donnée par

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\eta}{\pi}\frac{d\varphi}{dt}. \tag{2}$$

Les couples perturbateurs peuvent avoir des causes multiples. Ils proviendront par exemple des forces magnéto-élastiques liées aux déformations du volume $\mathrm{S}\eta$ de la paroi qui accompagnent la propagation des ondes thermique de Debye [1]. Un calcul approché donne comme valeur moyenne $\overline{|\gamma|}$ de γ

$$\overline{|\gamma|} = 3\lambda\sqrt{\frac{2\mathrm{GS}\eta k\mathrm{T}}{\pi}}, \tag{3}$$

où G est le module de glissement et λ la magnétostriction à saturation. Les condensations et dilatations thermiques donnent aussi des couples perturbateurs par l'intermédiaire des champs de dispersion dus aux variations locales de l'aimantation spontanée produites par les variations de densité, ils sont généralement plus faibles que les précédents et leur ordre de grandeur s'obtient en remplaçant λ par $\mathcal{J}^2/\mathrm{G}$ dans la formule (3).

Ceci posé, en posant $\mathrm{W} = \alpha x^2$ au voisinage de $x = 0$, la probabilité $\varpi(x)\,dx$ de trouver E situé entre x et $x + dx$ est donnée par la formule de Boltzmann

$$\varpi(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi k\mathrm{T}}}\exp\left\{-\frac{\alpha x^2}{k\mathrm{T}}\right\}. \tag{4}$$

La probabilité $dt/2\tau_0$ de voir E franchir spontanément la barrière de potentiel, en l'absence de champ et pendant l'intervalle de temps dt, est égale à la probabilité de trouver E, à l'instant $t = 0$, animé d'une vitesse positive et situé à une distance du sommet de la barrière inférieure à $\overline{|dx/dt|}\,dt$. On trouve ainsi

$$\frac{1}{2\tau_0} = \frac{1}{2}\overline{\left|\frac{dx}{dt}\right|}\sqrt{\frac{\alpha}{\pi k\mathrm{T}}}\exp\left\{-\frac{\mathrm{W}_m}{k\mathrm{T}}\right\}, \tag{5}$$

où $\overline{|dx/dt|}$ se déduit des formules (1), (2) et (3).

---

(1) L. Néel, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 664.

La même méthode permet de calculer la probabilité $dt/2\tau_h$ de voir E franchir la barrière de potentiel pendant l'intervalle dt, en présence d'un champ magnétique. On prendra, par exemple, pour W une expression approchée de la forme $W = ax^2 - bx^3$ où a et b sont déterminés en écrivant que W est maximum pour $x = L$ et possède, entre o et L, une tangente d'inflexion égale à $2S\mathcal{J}H$. On ajoutera à W l'énergie $-2S\mathcal{J}hx$ du système dans le champ appliqué h. On obtient

$$\frac{1}{2\tau_h} = \frac{3e\lambda}{\pi^2 m}\left(\frac{2G\eta}{\mathcal{J}L}\right)^{\frac{1}{2}} H^{\frac{1}{4}}(H-h)^{\frac{1}{4}} \exp\left\{\frac{-4\mathcal{J}SL(H-h)^{\frac{3}{2}}}{3kTH^{\frac{1}{2}}}\right\}, \tag{6}$$

où τ_h est d'autant plus petit que h se rapproche du champ critique H qu'il est nécessaire d'appliquer pour franchir la barrière en l'absence de fluctuations.

Cette formule constitue la base d'un système d'interprétation du traînage magnétique des substances massives. On considère notamment les faibles variations d'aimantation comme dues à la superposition d'une série de déplacements élémentaires de paroi, justifiables chacun de la théorie exposée plus haut, et l'on applique des méthodes analogues à celles qui ont été appliquées antérieurement [1], [2] à l'étude du traînage magnétique des grains fins. Les résultats généraux sont analogues.

IONISATION DANS LES GAZ. — *Sur la forme des impulsions électriques fournies par les chambres d'ionisation.* Note de M. **Pierre Billaud**, présentée par M. Maurice de Broglie.

On sait qu'une particule chargée qui traverse une chambre d'ionisation préalablement en équilibre électrique, y crée des ions, et détermine sur l'électrode *collectrice* une variation de potentiel susceptible d'être amplifiée et photographiée sur un oscillographe cathodique. En introduisant les fonctions $w(t)$ et $p(t) = dw/dt$ représentant le travail des ions dans le champ et sa dérivée par rapport au temps, il est possible de calculer l'amplitude $v(t)$ de l'impulsion de sortie, quelle que soit la forme de la chambre d'ionisation. Lorsque la variation de potentiel de l'électrode collectrice est très petite devant la tension V_0 de la chambre, et quand les constantes de temps des étages successifs, y compris celui de la chambre, sont toutes très grandes devant la durée de vie des ions, sauf l'une quelconque d'entre elles, θ, que l'on se réserve de faire varier, on obtient la relation suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\theta} = K\frac{p(t)}{CV_0}, \tag{1}$$

---

[2] L. Néel, *Annales de Géophysique*, 1949 (sous presse).

où C représente la somme des capacités du conducteur *électrode collectrice-grille de la lampe d'entrée* par rapport aux conducteurs environnants, et K la valeur absolue du coefficient global d'amplification dynamique en tension de l'appareil. Cette équation admet la solution

$$v(t) = \mathrm{K}\frac{e^{\frac{-t}{\theta}}}{\mathrm{CV}_0}\int_0^t e^{\frac{t}{\theta}} p(t)\,dt$$

qui s'identifie, après l'instant τ où les derniers ions ont disparu, à la décroissance exponentielle du résidu de tension $v(\tau)$.

La constante de temps θ détermine la forme et l'amplitude moyenne de l'impulsion. Si θ est très grand devant τ, on obtient à τ/θ près $v(t) = \mathrm{K}\frac{w(t)}{\mathrm{CV}_0}$; l'amplitude instantanée est proportionnelle au travail des ions et maximum par rapport à la variable θ. Si θ est très petit devant τ, on trouve, soit par discussion analytique soit par application graphique directe de l'équation (1), que l'impulsion, pour des temps t assez grands, suit approximativement la fonction $\theta/\mathrm{CV}_0 . p(t)$, avec un retard de θ; l'amplitude moyenne de l'impulsion est de l'ordre de

$$\frac{\theta}{t}\mathrm{K}\frac{w(t)}{\mathrm{CV}_0},$$

c'est-à-dire d'autant plus petite qu'elle suit mieux la puissance.

Lorsque θ est d'un ordre voisin de τ, l'on peut trouver, soit $p(t)$ par la relation (1), soit $w(t)$ par l'équation équivalente obtenue par intégration

$$v + \frac{t}{\theta}\bar{v} = \mathrm{K}\frac{w(t)}{\mathrm{CV}_0}, \tag{2}$$

où $\bar{v}$ représente l'amplitude moyenne entre 0 et t. La recherche de p et w peut prendre la forme d'une véritable construction graphique appliquant directement les relations (1) et (2), à partir d'une photographie de l'impulsion en fonction du temps. En prenant l'intégrale de (1) de 0 à l'infini, où $v = 0$, il vient

$$\int_0^\infty v\,dt = \mathrm{K}\frac{\theta}{\mathrm{CV}_0} w(\tau), \tag{3}$$

qui montre que l'aire totale limitée par l'impulsion et l'axe des temps est proportionnelle au travail total des ions (conclusion encore applicable pour $\theta \ll \tau$).

Les relations mentionnées ci-dessus sont susceptibles d'intéressantes applications expérimentales lorsque les électrodes de la chambre sont des plans parallèles ou des sphères concentriques, et quand on laisse libres les électrons des paires. Nous supposerons qu'il n'y a ni recombinaison ni avalanche électronique.

Tout d'abord le travail total des ions est proportionnel au nombre de paires,

d'où une méthode pour déterminer l'*énergie perdue par la particule dans la chambre*.

Si la particule termine son parcours dans la chambre, l'examen de l'impulsion permet de déterminer aussi l'*angle de la trajectoire avec les lignes de force du champ*.

Une première méthode consiste à repérer sur la courbe de $p(t)$ les instants où débute et s'achève la collection des ions de l'un ou l'autre signe (¹); elle est toutefois imprécise à cause de la diffusion des ions qui adoucit les discontinuités, et du bruit de fond qui complique la courbe enregistrée. Nous en suggérons une autre, applicable lorsque la particule est issue d'une électrode.

Si l'on a réglé le balayage horizontal de l'oscillographe de façon que sa période soit du même ordre que la vie des ions positifs τ, et avec une constante de temps θ inférieure à τ, mais très grande devant la durée de vie des électrons, l'impulsion présentera un décrochement initial quasi instantané qui mesurera le travail des électrons. L'aire totale limitée par l'impulsion, au besoin extrapolée dans sa partie exponentielle, donne par ailleurs le travail des ions des deux signes. On peut d'autre part connaître la relation ionisation-parcours de la particule étudiée dans le gaz utilisé. Enfin il est possible de voir que, pour une forme donnée des électrodes (plans ou sphères), le rapport du travail des ions d'un seul signe au travail total est une fonction bien déterminée du parcours et de l'orientation par rapport au champ, cette fonction étant accessible par théorie ou expérience. D'où une méthode pour trouver l'angle cherché, à partir de deux mesures peu sensibles à la diffusion et au bruit de fond, d'application particulièrement simple si les électrodes sont planes, valable avec des électrodes sphériques quand cette forme s'impose.

SPECTROSCOPIE. — *Étude et interprétation de l'action de l'hydrogène sulfuré dans la combustion du cyanogène*. Note de M. **Guy Pannetier**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans de précédentes Notes (¹) nous avons signalé l'influence qu'exerçaient sur la luminosité d'une flamme de cyanogène sec, diverses substances comme l'hydrogène, la vapeur d'eau, le chlore, le brome, ou la vapeur de soufre. Ces actions s'interprétaient parfaitement grâce à des réactions entre radicaux libres dont nous avions pu fournir la preuve par l'étude des spectres des flammes obtenus dans ces conditions. Ces produits, en faible quantité, ne sont pas les seuls à réduire dans de très fortes proportions l'intensité lumineuse d'une

---

(¹) Voir la très intéressante expérience de R. Sherr et R. Peterson, *Review of Scientific instruments*, 18, 1947, p. 567.

(¹) G. Pannetier, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 478; G. Pannetier et A. G. Gaydon, *ibid.*, 225, 1947, p. 1300.

flamme de cyanogène brûlant dans de l'oxygène. L'hydrogène sulfuré, quoiqu'à un degré moindre, possède les mêmes propriétés. En mélangeant 4 % d'hydrogène sulfuré sec à du cyanogène, la luminosité de la flamme obtenue n'est plus que 2,5 % de ce qu'elle était auparavant, toutes choses égales par ailleurs. L'interprétation d'une telle action est plus complexe que lorsque l'on a affaire à celle d'un élément simple, mais l'étude du spectre obtenu permet d'appliquer ces premiers résultats à l'explication du phénomène.

Nous avons montré (²) que la combustion du cyanogène s'effectuait d'après le schéma

$$C_2N_2 \rightarrow 2CN^*$$
$$CN^* + CN^* \rightarrow C_2^* + 2N$$

et que la luminosité particulièrement élevée de la flamme de cyanogène était due à la combustion des atomes de carbone libérés par la décomposition du radical C_2. Mais, par ailleurs nous sommes réduits à des hypothèses quant à la combustion de l'hydrogène sulfuré. Le spectre de la flamme de l'acide sulfhydrique brûlant dans l'oxygène ne contient que les bandes des radicaux SO^*, OH^* et S_2^* et la combustion que l'on peut imaginer être la plus vraisemblable (³) correspondrait à la réaction en chaîne

$$H_2S + SO^* \rightarrow S_2^* + H_2O$$
$$S_2^* + O_2 \rightarrow 2SO^*$$
$$\text{avec}\quad SO^* + O \rightarrow SO_2 + h\nu \qquad \text{(non quantifié)}$$

Or, lorsqu'on ajoute quelques pour-cents d'hydrogène sulfuré à du cyanogène brûlant dans de l'oxygène, non seulement l'intensité des raies des radicaux C_2 et CN et du fond continu diminue, mais il apparaît les bandes dues aux radicaux CS (0,0 : 2575, 6 Å); CH (4312 Å); NH (0,0 : 3360 Å) ainsi que celles dues à S_2^*, OH^* et SO^*. Si l'on augmente trop le pourcentage d'hydrogène sulfuré, au delà de 20 % par exemple, les raies de C_2^* et CN^* disparaissent complètement en même temps que le seul caractère dominant du spectre devient les radicaux S_2^* et SO^*.

Pour interpréter ces divers phénomènes, nous sommes conduit à admettre que la dissociation en atomes de carbone du radical C_2^* est empêché par les réactions suivantes :

$$C_2^* + S_2^* \rightarrow 2CS^*$$
$$C_2^* + SO^* \rightarrow CO + CS^*$$

et

$$C_2^* + OH^* \rightarrow CO + CH^* \quad \text{ou} \quad C_2^* + OH \rightarrow CO + CH^*$$
$$C_2^* + H_2 \rightarrow 2CH^* \quad \text{ou} \quad C_2^* + 2H \rightarrow 2CH^*$$

(²) *Colloque de Cinétique Chimique*. Paris, avril 1948.

(³) Fowler et Vaidya, *Proc. Roy. Soc.* A. 132, 1931, p. 310.

Ces réactions sont plus ou moins précédées d'ailleurs par

$$CN^* + H_2 \rightarrow CH^* + NH^*$$
$$CN^* + OH^* \rightarrow CO + NH^*$$

Les unes et les autres empêchent la formation d'atomes de carbone et par conséquent la brillance de la flamme. Enfin on rend compte de la disparition des radicaux CS^* par la réaction

$$CS^* + O_2 \rightarrow CO + SO^*$$
$$SO^* + O \rightarrow SO_2 + h\nu \quad \text{(non quantifié)}$$

qui tient compte de l'existence d'un fond continu.

Ces réactions entres radicaux libres fournissent donc une explication rationnelle du mécanisme de disparition de la luminosité de la combustion du cyanogène dans l'oxygène sec. Malgré leur caractère provisoire, elles constituent néanmoins une étape de la connaissance complète du mécanisme réactionnel de l'hydrogène sulfuré sur les composés intermédiaires de décomposition du cyanogène.

PHOTOPHORÈSE. — *Action d'un faisceau lumineux intense sur des particules de fer tombant dans l'air à différentes pressions.* Note de M. **Pierre Tauzin**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que des particules ultramicroscopiques en suspension dans l'air, éclairées par un faisceau lumineux intense (Soleil, arc électrique entre charbons, lampe Philips Philora SP 500), se déplacent sous l'action de ce faisceau, les unes dans le sens du faisceau (photophorèse positive), les autres en sens inverse (photophorèse négative). Il est important de savoir s'il s'agit là d'une action directe de la lumière sur les particules ou d'une action indirecte à laquelle participe l'air qui les entoure. J'ai donc cherché si ces phénomènes subsistent pour des grains séchés à l'étuve d'une poudre de fer (1) tombant dans le vide. La poudre est formée de particules qui, au microscope, apparaissent sphériques et dont les dimensions sont comprises entre une fraction de micron et 6 microns. Elle est contenue dans une réserve conique en laiton, percée en bas d'un trou de 1^{mm} de diamètre, et placée dans un tube en verre relié à un groupe à vide (pompe à palettes, avec éventuellement pompe à mercure et piège à air liquide). Juste au-dessous du trou, on fait l'image de la source lumineuse intense à l'aide d'un objectif à grande ouverture. Une tige verticale tourne dans la poudre et la fait tomber par le trou dans le faisceau lumineux horizontal. Le mouvement de la tige est produit par un dispositif

(1) Poudre de fer préparée à partir du fer carbonyle et qui sert à faire des noyaux de transformateurs.

classique : rotor en cage d'écureuil solidaire de la tige, et stator extérieur au tube; l'observation des particules se fait à l'aide d'un microscope de faible grossissement (70 environ).

Dans le tube relié à la pompe à vide, et lorsque la pression est comprise entre la pression atmosphérique et quelques millimètres de mercure on observe, tout comme dans les cuves d'ultramicroscope, des particules attirées et des particules repoussées. Les phénomènes sont gênés par les mouvements de convection de l'air qui s'atténuent à basse pression et ont pratiquement disparu pour des pressions de l'ordre du millimètre de mercure. On aperçoit alors deux gerbes; l'une est formée de lignes fines, correspondant à de petites particules attirées par la lumière; l'autre, formée de lignes beaucoup plus lumineuses, correspond à des particules plus grosses ou à des amas de particules qui sont repoussés. L'attraction et la répulsion disparaissent si l'on met un verre absorbant sur le faisceau et les particules tombent verticalement. Si l'on fait encore baisser la pression, l'attraction et la répulsion diminuent, l'attraction d'ailleurs avant la répulsion. Pour des pressions de l'ordre de 10^{-2} mm de mercure et plus basses, on n'observe plus que la chute des particules qui n'est peut-être pas parfaitement verticale; l'agitateur peut, en effet, donner aux particules une vitesse initiale et dévier leur trajectoire, mais les phénomènes observés sont indépendants de l'intensité du faisceau lumineux.

On peut se demander si la disparition de l'attraction et de la répulsion à basse pression n'est pas une apparence produite par l'augmentation éventuelle de la vitesse de chute des particules à basse pression. En fait, dans les conditions où l'on opère, le faisceau étant juste sous l'orifice de la réserve, la vitesse de chute verticale dans la partie moyenne du faisceau est, à la pression de 10^{-4} mm de mercure, de l'ordre de 15 cm/sec; elle est un peu plus grande que lorsque la pression est 1^{mm} de mercure. On s'en rend compte en produisant de brèves interruptions sur les trajectoires des particules, à une fréquence connue, par la rotation d'un disque percé de trous qui interrompt périodiquement le faisceau. Il importe de modifier l'expérience faite à 1^{mm} de mercure, et de vérifier qu'on peut observer l'attraction et la répulsion lorsque la vitesse des particules est de 15 cm/sec; cette vérification se fait facilement en plaçant le faisceau à 3^{mm} environ au-dessous de la réserve.

Ainsi, les phénomènes de photophorèse positive et négative des particules de fer sont en liaison avec la présence d'air autour des particules; il s'agit d'une sorte d'effet radiométrique. On se propose de compléter ultérieurement ces expériences en étudiant l'action de la lumière sur une poudre préalablement dégazée sous vide en la chauffant.

L'égalité des vitesses verticales des particules pour les deux pressions étudiées, de 1^{mm} et de 10^{-4} mm de mercure, a été vérifiée aussi bien en lumière intense qu'en lumière faible. Ceci prouve que la magnétophotophorèse, qui

existe pour des particules de fer sous l'action combinée du faisceau intense et du champ magnétique terrestre, est ici négligeable.

Il faut signaler que beaucoup de particules tombent en décrivant de fines hélices qui paraissent particulièrement belles pour les pressions les plus basses obtenues, de l'ordre de 10^{-4} mm de mercure, et même inférieures; de plus, certaines trajectoires au lieu d'être continues, apparaissent formées de pointillés qui sont peut-être aussi une apparence due à des mouvements en spirales de particules de forme irrégulière. Ces phénomènes s'observent aussi bien avec l'arc électrique que le Soleil; ils sont indépendants de l'intensité de la lumière. Enfin on a observé aussi des particules qui, une fois tombées de la réserve, remontaient aussitôt; il s'agit de phénomènes d'électrisation par frottement, car le fait de relier la réserve à la terre les a fait disparaître.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la répartition des minéraux radioactifs dans un granite.* Note (*) de M. **René Coppens**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude, par la plaque photographique de la radioactivité d'un granite de Bretagne dont un échantillon a été poli et un autre pulvérisé, nous a permis de nous rendre compte de la répartition de cette radioactivité. Ce granite nous a été confié par M. André Demay qui l'étudie au point de vue chimique et minéralogique.

Nous avons tout d'abord déterminé approximativement le rapport C_{Th}/C_U des concentrations en thorium et en uranium, en évaluant le nombre ν_1 des rayons β ayant dans l'air un parcours supérieur à 7^{cm} et le nombre ν_2 des rayons ayant dans l'air un parcours compris entre 5,8 et 7^{cm}. Ces parcours correspondent sur la plaque à des longueurs de 38^{μ} et comprises entre 31^{μ} et 38^{μ}.

On sait ([1]) que $\nu_2/\nu_1 = 0,8 + 3,3\, C_U/C_{Th}$. Pour obtenir une répartition plus uniforme des trajectoires, nous avons impressionné la plaque avec le granite pulvérisé et nous avons trouvé $C_{Th}/C_U \simeq 2,8$.

En tenant compte de ce rapport et en mesurant le nombre moyen de rayons α émis par centimètre carré et par seconde ([1]), nous avons calculé que l'activité moyenne du granite correspondait à des concentrations en uranium et en thorium $C_U = 10^{-5}$ et $C_{th} = 10^{-5}$.

La plaque impressionnée par le granite poli montre que cette activité n'est pas uniforme. Si l'ensemble de la roche possède une très faible radioactivité à peu près constante, certains points sont beaucoup plus actifs. En effet, on peut distinguer sur cette plaque, d'une part des rayons α s'échappant en étoile de

---

(*) Séance du 28 mars 1949.

([1]) Mme I. Curie, *Journal de Physique*, série VIII, 7, n° 11, nov. 1946.

petites surfaces de l'ordre de quelques dizaines de μ^2 ayant une forte radioactivité (²), et d'autre part des concentrations de rayons α couvrant des surfaces dont les dimensions atteignent parfois presque le millimètre.



Les parties hachurées correspondent à des défauts de la plaque.

La position de chacune de ces larges concentrations ayant été repérée avec soin sur le granite poli, l'examen optique de celui-ci nous a permis d'observer à chaque fois la présence d'un cristal brun jaunâtre que nous n'avons pu identifier. En projetant sur le même écran d'abord les traces des particules α inscrites sur la plaque et ensuite le cristal qui semblait leur donner naissance, nous avons constaté que ce dernier correspondait en forme, grandeur et orientation à l'ensemble des trajectoires observées (*fig.* 1 à 5).

Pour ces inclusions le rapport C_{Th}/C_U est nettement supérieur au rapport

(²) R. Coppens, *Comptes rendus*, 227, 1949, p. 176.

trouvé pour l'ensemble du granite. La mesure des longueurs des rayons α des concentrations les plus importantes donne les résultats suivants :

Inclusions.	v_1.	v_2.	$\frac{v_2}{v_1}$.	$\frac{C_{Th}}{C_U}$.
1	12	8	0,66	∞
1	11	11	1	16
2	17	18	1	16
2	65	61	0,94	24
5	12	12	1	16
5	11	9	0,82	160

Les résultats obtenus par cette méthode ne peuvent être très précis, mais ils montrent cependant que les cristaux étudiés contiennent du thorium et peu ou pas d'uranium.

Les dimensions de ces cristaux et leur teneur en matières radioactives sont variables. Les mesures faites en admettant qu'ils contiennent uniquement du horium et ses dérivés sont résumés ci-après.

Inclusions.	Nombre de rayons α (cm²/sec).	C_{Th}.	Surface (en μ²).
1	0,43	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$16 \cdot 10^4$
2	0,4	1,2	47
3	0,31	0,94	1,5
4	0,5	1,5	8
5	0,15	0,45	27

On voit que la concentration en thorium est toujours de l'ordre de 1 %. D'autre part, la surface totale des grosses inclusions est d'environ 1^{mm^2}. Celle du granit utilisé est de 980^{mm^2}, soit environ 1000 fois plus. Il en résulte que le volume de ces inclusions représente la 1/30 000 partie du volume du granite.

Il est à remarquer en outre qu'à l'intérieur même des cristaux la répartition de la radioactivité n'est pas uniforme.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la notion d'activité en chimie physique.* Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'origine de la notion d'*activité* se trouve dans l'insuccès de la formule de Nernst, appliquée au calcul de la force électromotrice des piles de concentration à électrolytes forts. Attribuant cet insuccès au fait que les ions forts ne suivent pas la loi des gaz, G. N. Lewis a remplacé, dans la formule de Nernst, la concentration γC [γ coefficient de dissociation], par une concentration conventionnelle, l'*activité*, αC [α coefficient d'activité] qui, *par définition*, satisfait à la loi des gaz, et par conséquent à la loi d'action de masses. De plus, selon Lewis, l'*activité* devrait être introduite dans les formules relatives aux lois de Raoult établies thermodynamiquement.

En réalité, à notre avis, l'insuccès de la formule de Nernst tient uniquement au fait que, dans l'établissement de cette formule, on ne tient pas compte de l'énergie potentielle des ions. Un ion tel A_g^+ situé dans l'eau, possède l'énergie θ_0 du champ électrique qui l'entoure. Si l'on remplace l'eau par une solution de nitrate d'argent, de constante diélectrique différente de celle de l'eau, l'énergie de l'ion devient $\theta_0 + \theta$. [Dans ce qui suit θ_0 et θ se rapporteront à un équivalent électrochimique.]

Considérons maintenant une pile de concentration à nitrate d'argent, supposé complètement dissocié, et de force électromotrice E. Laissons la pile débiter un coulomb, en recueillant l'énergie E; on sait qu'en même temps, $v/(u+v) = n$ équivalent électrochimique de nitrate passe de la concentration C_1 à la concentration C_2 (et qu'un équivalent d'argent métallique passe de l'anode sur la cathode). Ramenons ensuite la pile à son état initial, en transportant par la machine thermodynamique de van't Hoff, n équivalent de NO_3Ag de C_2 à C_1, dépensant d'abord le travail $2nRT\,ln\,C_1/C_2$, pour comprimer les ions de C_2 à C_1, *ensuite le travail correspondant à la différence des énergies des ions,*

$$2n[\theta_0 + \theta_1 - (\theta_0 + \theta_2)] = 2n(\theta_1 - \theta_2),$$

en supposant l'énergie des ions A_g^+, NO_3^-, la même; le travail total, égal à E, est :

$$E = \frac{2v}{u+v}\left(RT\ln\frac{C_1}{C_2} + \theta_1 - \theta_2\right). \tag{1}$$

Cette formule diffère de celle de Lewis,

$$E = \frac{2v}{u+v}RT\ln\frac{\alpha_1 C_1}{\alpha_2 C_2}, \tag{2}$$

en ce que les coefficients d'activité α sont remplacés par les énergies θ, suivant la relation,

$$\theta = RT\ln\alpha; \tag{3}$$

les énergies θ peuvent donc être déterminées par les mêmes expériences qui ont déterminé les coefficients α.

La relation (3) est celle trouvée théoriquement par Debye et Huckel [1], qui ont calculé la valeur de θ, la trouvant proportionnelle à la racine carrée de C. La relation (3) est vérifiée approximativement par l'expérience, il en résulte que notre formule (1) de la force électromotrice d'une pile de concentration, se trouve également confirmée par le calcul et par l'expérience.

Dans la démonstration de la formule (1) nous avons supposé que les ions suivent la loi des gaz, car, en dehors de la théorie liée à la notion d'activité,

---

(1) E. DARMOIS, *Les électrolytes forts* (Congrès international d'Électricité, 3e section, Paris, 1932).

aucune raison théorique, aucune expérience, ne nous autorise à croire que les ions ne suivent pas la loi des gaz parfaits en solution diluée, ou celle de van der Waals en solution concentrée. Dans les deux cas les vitesses d'agitation des ions, comme celle de tous les corpuscules se trouvant dans la solution, doivent satisfaire à la loi d'équipartition de l'énergie, $mv^2 = 3RT$. Or c'est précisément le contraire qu'on admet implicitement, quand on affirme, conformément à la théorie de l'activité, que les ions ne suivent pas la loi des gaz, car les écarts par rapport à cette loi, prévus par la théorie en question, ne peuvent pas être expliqués par le rapprochement des ions selons les idées de van der Waals : ces écarts sont, ou trop grands, ou même de sens contraire, par rapport à ceux prévus par la formule de van der Waals (2).

Nous examinerons ultérieurement la légitimité de l'introduction du concept *d'activité*, dans la loi des masses et dans les lois de Raoult.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Séparation du sodium, à l'état de traces, d'avec une quantité pondérable de magnésium.* Note (*) de MM. **Robert Bouchez** et **Georges Kayas**, présentée par M. Frédéric Joliot.

1. Pour la préparation d'une source radioactive, à grande activité spécifique, de $^{22}_{11}Na$, nous avons irradié par des deutons (cyclotron du Collège de France) un ruban de Mg[$Mg(d, \alpha)^{22}Na$] et séparé le Na du Mg à l'aide de la méthode ionographique (après décroissance de l'isotope ^{24}Na).

2. *Conditions expérimentales.* — Nous avons effectué deux expériences avec une même colonne de 10^g de résine synthétique Amberlite IR-100 (hauteur de colonne : 20^{cm}; diamètre : $1^{cm},1$; grosseur des grains : 80-120 mailles/inch) sur laquelle on adsorbe le mélange à séparer (à l'état de chlorures de pH ~ 7 et d'un volume de 20^{cm^3}).

On a utilisé dans chaque expérience 14^{mg} de Mg contenant des traces de Na; l'extraction du mélange hors de la colonne fut réalisée au cours de la première expérience à l'aide d'une solution $\sim$ N/10 d'acide chlorhydrique et dans la seconde à l'aide d'une solution $\sim$ N/10 d'acide perchlorique [procédé utilisé précédemment par l'un de nous (1) dans la séparation Na-K]. On a réalisé une faible vitesse d'adsorption et d'*élution* (0,25 cm³/min) pour permettre aux phénomènes d'échange de se produire aussi près que possible des conditions d'équilibre.

La séparation du Na fut suivie par l'activité de ^{22}Na ($T \simeq 3$ ans, émet-

(2) Lewis, *Chimie Physique*, tr. fr., II, p. 189.

(*) Séance du 28 mars 1949.

(1) G. Kayas, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1002.

teur β^+), la séparation du Mg en évaporant à sec les différentes fractions recueillies.

3. *Résultats.* — Les deux *courbes d'élution* obtenues (ClH et ClO_4H) sont représentées par les figures 1 et 2. Dans les deux expériences, *la séparation du* Na *et du* Mg *est complète*, et l'on a recueilli entre les zones Na et Mg une fraction BC d'environ 10^{cm^3} complètement inactive (pas de Na) et ne laissant aucun résidu par évaporation à sec (pas de Mg).

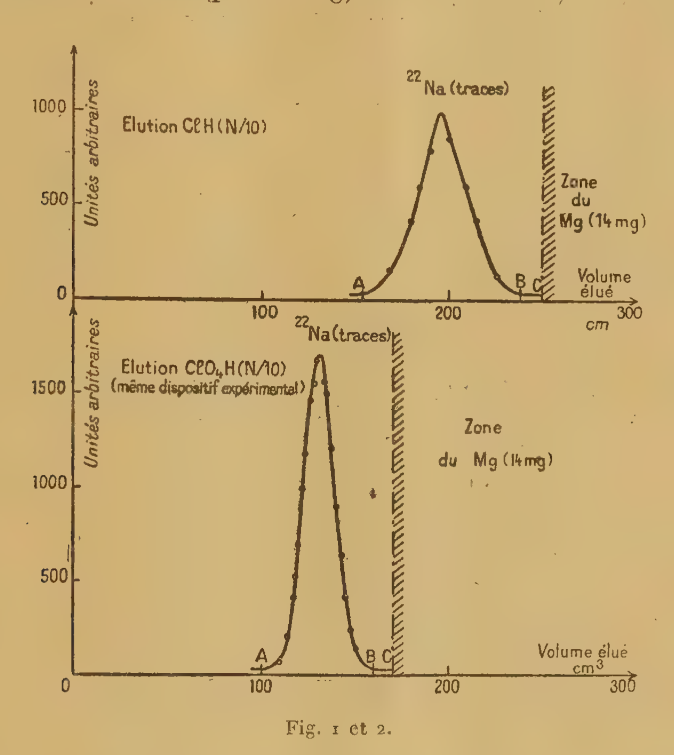


Fig. 1 et 2.

En outre, la symétrie des courbes de séparation de Na indique que les processus d'échange se sont pratiquement produits dans les conditions d'équilibre.

Enfin, dans la seconde expérience, le seuil de l'activité apparaît plus rapidement (${100}^{cm^3}$ au lieu de ${150}^{cm^3}$ pour l'élution chlorhydrique) et la courbe d'élution est environ deux fois plus élevée et plus étroite : ces conditions indiquent une vitesse d'échange beaucoup plus rapide dans le cas de ClO_4H (coefficient de distribution plus grand).

4. *Conclusions.* — Nous avons séparé d'une manière totale par la méthode ionographique des traces de Na d'avec 28^{mg} de Mg; le procédé de l'élution perchlorique s'est révélé dans ce cas particulièrement satisfaisant.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le polissage électrolytique de l'uranium en vue des études physico-chimiques et métallographiques.* Note (*) de MM. **Pierre-A. Jacquet** et **Roger Caillat**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude des phénomènes mettant en jeu la surface d'un métal exige une définition précise et bien reproductible de toutes les caractéristiques de cette surface. De nombreux travaux ont montré que le polissage électrolytique découvert par l'un de nous ([1]) permet en général l'obtention d'un *état de surface* bien défini.

Nous avons étendu cette méthode à l'uranium et l'avons appliquée en particulier aux examens micrographiques et à l'étude de la formation de l'hydrure d'uranium. La méthode élaborée permet le polissage, en moins de cinq minutes, d'une surface dégrossie sur les papiers potée d'émeri 03 ou 04.

L'électrolyte voisin de celui décrit pour les aciers et le chrome ([2]), est une solution très diluée d'acide perchlorique (50 à 100^{cm^3} de l'acide de densité 1,59-1,61) dans l'acide acétique cristallisable (1000^{cm^3}). La densité de courant anodique et la tension aux bornes de la cellule dépendent de la teneur exacte en acide perchlorique. Les mélanges à 50 et à 100 ‰ exigent respectivement les valeurs approximatives suivantes : 10 A/dm² — 20 V et 5 A/dm² — 10 V, pour une anode mesurant quelques cm², une cathode en acier inoxydable de 25^{cm^2} et une distance entre les deux électrodes égale à $15\text{-}20^{mm}$.

La courbe $I = f(V)$ présente le palier d'intensité typique, s'étendant entre 7 et 11 volts pour le bain à 100 ‰ ClO_4H. L'établissement de ce palier est souvent précédé d'oscillations rythmiques des valeurs d'intensité et de tension, phénomène déjà observé avec le cuivre, le plomb et l'argent, et qui correspond à un stade de prééquilibre entre la formation et la diffusion de la couche anodique visqueuse et peu conductrice. Le meilleur polissage de l'uranium est obtenu dans cette région de la courbe ou dans celle qui la suit immédiatement.

L'étude nous a conduits, en outre, à certaines observations importantes pour l'interprétation du phénomène de polissage. L'application des lois de Faraday montre que sous les conditions décrites ci-dessus l'uranium se dissout anodiquement avec la valence 2 (diminution d'épaisseur égale à $1^{\mu},9$ environ par minute sous 5 ampères/dm²), résultat qui est à rapprocher de la dissolution de l'aluminium avec la valence voisine de 1, dans le même type d'électrolyte. Or ces deux métaux sont éminemment oxydables et les valences anormales pourraient correspondre à la formation transitoire d'un sous-oxyde inconnu à

(*) Séance du 28 mars 1949.

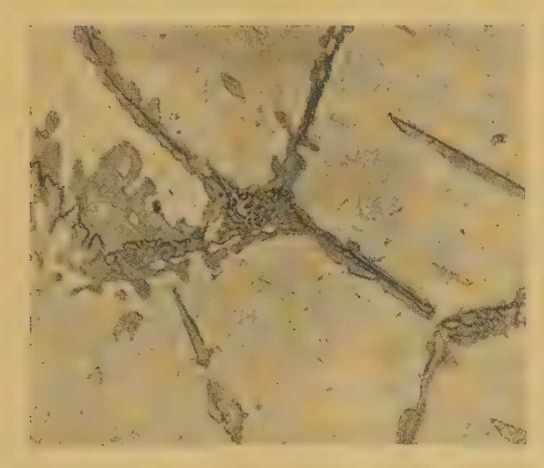
([1]) P. A. Jacquet, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1473; *Nature*, **135**, 1935, p. 1076.

([2]) P. A. Jacquet, *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 556.

l'état libre, entrant ensuite en solution dans le mélange acide. Avec l'uranium nous avons d'ailleurs constaté que la couche anodique contient des particules solides et qu'en l'absence de courant le métal est insoluble dans l'électrolyte.

Si un spécimen d'uranium partiellement recouvert d'une croûte noire d'oxyde est soumis au polissage, on assiste à l'expulsion mécanique progressive de l'oxyde accompagnée de crépitements et d'émission de lumière. Ces phénomènes ne se manifestent pas tant que la tension et l'intensité restent en-dessous des valeurs minima nécessaires à l'obtention du poli, à tel point que leur apparition peut servir de critère pour la détermination précise des conditions électriques.

Une surface d'uranium polie électrolytiquement conserve dans l'air sec son vif éclat, mais elle devient jaunâtre par oxydation à l'atmosphère ordinaire. Les minces pellicules d'oxyde sont intéressantes pour l'examen micrographique en lumière normale ou polarisée (*figure*). Elles sont obtenues par traitement anodique de la surface polie dans la soude à 1 % sous une tension de 4 à 5 V pendant quelques dizaines de secondes.



Gr. : 780.

Un polissage électrolytique de l'uranium mis en réaction pour former l'hydrure UH_3 suivant :

(1) $$U + \frac{3}{2} H_2 \rightarrow UH_3 \text{ vers } 220°,$$

nous a été utile. Il assure un nettoyage facile et efficace de l'échantillon, dénude le métal de sa couche d'oxyde.

L'hydrogène de la réaction (1) est préparé par décomposition à 500° C. d'hydrure d'uranium obtenu à partir d'hydrogène commercial et de métal technique.

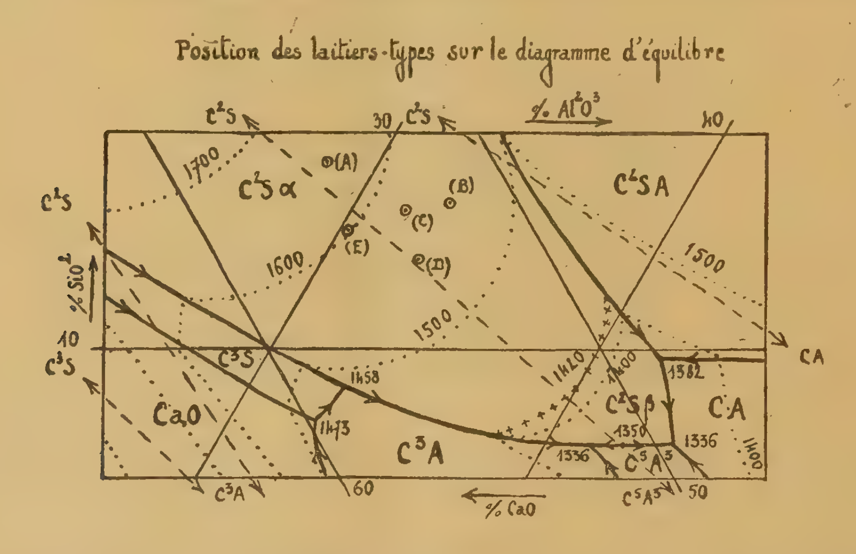
Dans ces conditions la réaction (1) se déclenche dès que l'hydrogène arrive au contact du métal. Au contraire, si le métal est resté enveloppé dans sa

couche d'oxyde, ou si l'hydrogène contient une trace d'oxygène, la réaction (1) ne se manifeste qu'après une période d'induction qui atteint par exemple 30 minutes à 250° C. pour 0,25 % O_2 dans H_2 (3)(4)(5).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude du système* SiO_2-Al_2O_3-CaO *par analyse quantitative aux rayons* X. Note de M. **Marcel Von Euw**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'état d'un système silico-alumino-calcique dépend principalement des conditions de cuisson et de refroidissement. L'analyse radiocristallographique nous a permis de constater que les états d'équilibre ne s'obtiennent que difficilement et ne sont atteints que très rarement dans les opérations industrielles. L'utilisation du diagramme d'équilibre en vue du calcul de la constitution des produits y figurant, ne saurait donc être faite sans des erreurs pouvant être importantes.

Les produits essayés appartiennent à la zone de phase primaire C_2S du diagramme d'équilibre établi par Rankin (1). Cinq compositions, pointées dans la région utile du diagramme triangulaire (*figure*), sont prises comme exemples.



B, C, E ont été cuits jusqu'à début de fusion, à 1400° et refroidis à la vitesse de 200° par heure. A et D sont des produits industriels.

---

(3) J. Guéron et Yaffe, *Nature*, n° 4069, 160, 1947 p. 575.

(4) J. E. Burke et C. S. Smith, *J. Chem. Amer. Soc.*, n° 10, 69, p. 2500.

(5) F. H. Spedding, A. S. Newton, J. C. Warf, O. Johnson, R. W. Nottorf, I. B. Johns et A. H. Daane, *Nucleonics*, January 1949.

(1) *American Journal of Science*, 4e série, 39, 1915.

L'analyse qualitative a permis d'identifier dans chaque produit

$$SiO_2,\ 2CaO\gamma,\quad SiO_2.Al_2O_3.2CaO,\quad Al_2O_3.CaO,\quad 3Al_2O_3,5CaO.$$

La méthode employée, appliquée jusqu'ici à l'analyse quantative de produits peu complexes ([2]), est basée sur la proportionnalité des intensités relatives i_n de couples de raies caractéristiques et des teneurs relatives q_n des constituants correspondants. Elle suppose que la densité optique des raies est proportionnelle à l'intensité des rayons X reçus par unité de surface, ce qui est vrai jusqu'à une densité de 0,7 à 1.

Les diagrammes ont été effectués en rayonnement monochromatique par la méthode de A. Guinier ([3]) et leurs enregistrements densitométriques directement obtenus à l'aide du microdensitomètre Vassy ([4]). De plus, les coefficients d'absorption des composés identifiés sont assez voisins pour que la cause d'erreur signalée par Brindley ([5]) soit éliminée.

Nous avons construit ainsi des courbes de référence $q_n = f(i_n)$, avec

$$q_1 = \frac{Al^2O^3.CaO}{3Al^2O^3.5CaO}, \qquad i_1 = \frac{D_{2,96\,Å}}{D_{4,90\,Å}},$$

$$q_2 = \frac{SiO^2.Al^2O^3.2CaO}{3Al^2O^3.5CaO}, \qquad i_2 = \frac{D_{2,84\,Å}}{D_{4,90\,Å}},$$

$$q_3 = \frac{SiO^2.2CaO\gamma}{3Al^2O^3.5CaO}, \qquad i_3 = \frac{D_{2,73\,Å}}{D_{4,90\,Å}},$$

$\delta i/i$ moy $= \pm 4,5\ \%$, soit une incertitude du même ordre sur q_n.

Si x_0, x_1, x_n sont les proportions cherchées des constituants d'un mélange et q_1, ..., q_n leurs proportions relatives, égales à x_1/x_0, x_n/x_0, tirées des courbes de référence, on peut aisément calculer x_0, ..., x_n.

Par cette méthode on arrive aux compositions cristallographiques suivantes pour les laitiers cités en exemples :

Laitier.	$3Al_2O_35CaO$.	Al_2O_3CaO.	$SiO_2Al_2O_32CaO$.	$SiO_22CaO\gamma$.
	%	%	%	%
A.......	47 ± 1	1,5 ± 0,5	6,5 ± 0,5	45 ± 3
B.......	32 ± 1	25 ± 2	8 ± 0,5	35 ± 3
C.......	44,5 ± 1,5	15,5 ± 1,5	2 ± 0,5	38 ± 3
D.......	66 ± 1,5	néant	2 ± 0,5	32 ± 2,5
E........	56,5 ± 1,5	4 ± 1	néant	39,5 ± 3

1° Nous avons pu différencier très nettement des laitiers de compositions chimiques assez voisines, par exemple B et C dont le taux en Al_2O_3 ne diffère pas de plus de 1 %.

([2]) Clark and Reynolds, *Ind. and Eng. Chem. Anal. Edit.*, 8, 1936, p. 36.
([3]) *Revue Scientifique*, septembre 1943, p. 341-343; *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 31-32.
([4]) *Science et Industries photographiques*, 2e série, 16, 1945 et 19, 1948.
([5]) *Colloque international sur l'état solide*, Paris, octobre 1948.

2° Il est remarquable de constater que la géhlénite, $SiO_2Al_2O_32CaO$, subsiste hors d'équilibre et en proportions appréciables, dans des laitiers pourtant très calciques.

Ces résultats témoignent de l'intérêt de l'analyse radiocristallographique quantitative applicable à des produits complexes, tels les mélanges des divers silicates et aluminates de calcium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude d'un complexe d'uranium et de choline.* Note (*) de M[lle] **Colette Soye**, présentée par M. Paul Pascal.

La courbe potentiométrique obtenue en neutralisant une solution aqueuse de nitrate d'uranyle $(NO_3)_2UO_2, 6H_2O$ de concentration 0,0055 moléculaire par une solution cent fois plus concentrée de choline, $HO{-}N{-}(CH_3)_3{-}C_2H_4OH$ présente un premier point d'inflexion *i* au pH 4,40 correspondant à la proportion de 1 U pour 1 choline.

Au pH 5,25, la solution commence à précipiter. La précipitation semble totale pour la proportion de 1 U pour 2 choline. Le précipité obtenu entre les pH 5,25 et 8,5 correspond à $UO_3,2\,H_2O$.

J'ai préparé le corps indiqué par le premier point d'inflexion en laissant cristalliser à l'abri de la lumière, à l'air ou sous le vide, soit le filtrat d'un mélange équimoléculaire de nitrate d'uranyle et de choline en solutions aqueuses ou alcooliques, soit les solutions aqueuses de mélanges de choline et de nitrate d'uranyle en proportions telles que le pH soit égal ou inférieur à 4.

Les cristaux sont lavés à l'alcool et à l'éther; ils peuvent être purifiés par recristallisation dans l'eau.

Dans ces cristaux l'uranium est dosé à l'état de U_3O_8, la choline sous forme de periodure ou de reineckate. Les nombres obtenus correspondent à la formule

$$(NO_3)_2\,UO_2,\ \text{choline}.$$

Les cristaux sont jaune vif; ils ne sont pas hygroscopiques; ils sont solubles dans l'eau, peu solubles dans l'alcool, insolubles dans l'éther et le benzène.

Les solutions aqueuses exposées au soleil laissent déposer UO_3; elles présentent une forte fluorescence en lumière ultraviolette.

Le poids moléculaire calculé d'après la formule serait de 515. Pour ce poids, la cryoscopie en solution aqueuse donne 3,5 ions. Pour que le nombre d'ions donnés par la molécule en solution très diluée soit entier, il faut prendre un poids moléculaire au moins égal à 1030, donc correspondant à la formule

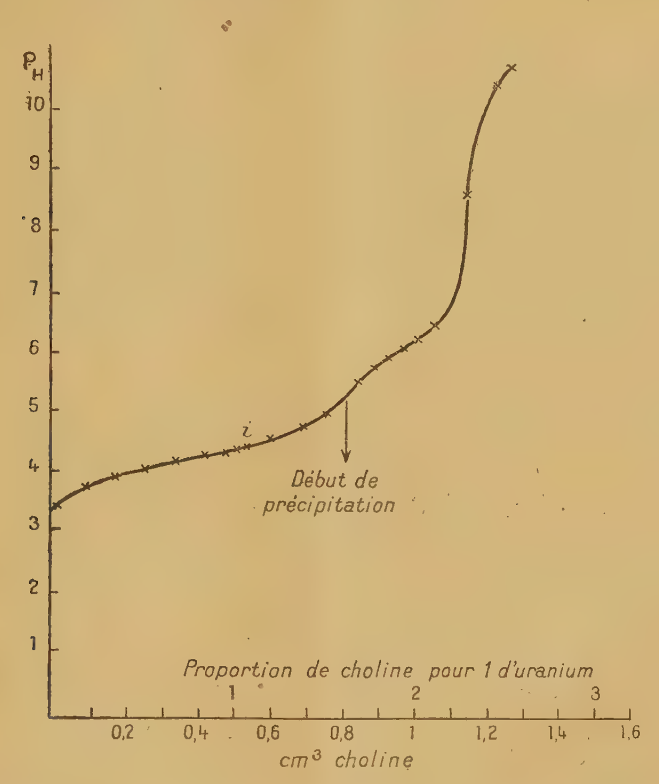
$$[(NO_3)_2\,UO_2,\ \text{choline}]^2.$$

Les diagrammes de cristaux par la méthode Debye et Scherrer présentent

(*) Séance du 21 mars 1949.

un plus grand nombre de raies que celui du nitrate d'uranyle. Ces raies sont plus serrées et plus fines.

Le spectre d'absorption dans l'ultraviolet de la solution aqueuse du corps étudié montre une absorption beaucoup plus forte que celle du nitrate d'uranyle, pour une même concentration en uranium.



Pour une même concentration moléculaire, calculée pour le corps étudié sur la formule simple $(NO_3)_2UO_2$ choline, les deux spectres présentent tous deux une large bande d'absorption principale dans le proche ultraviolet, mais celle du corps étudié apparaît pour une épaisseur moitié de celle du nitrate d'uranyle; elle est, de plus, déplacée vers les grandes longueurs d'onde. Les autres bandes d'absorption présentées par le spectre du nitrate d'uranyle sont imperceptibles sur celui du corps étudié.

L'électrolyse effectuée dans deux tubes séparés, reliés par un siphon, avec électrodes de platine donne un dégagement de NO_2 à l'anode, un dégagement gazeux à la cathode avec dépôt de UO_3 et libération de choline.

Au début de l'expérience le pH est de 4,27. A la fin, il est de 2,05 dans le compartiment anodique, de 3,07 dans le siphon et de 10,92 dans le compartiment cathodique.

Les proportions respectives d'uranium et de choline restent les mêmes dans les trois compartiments au début et à la fin de l'électrolyse, ce qui tend à

prouver que l'uranium et la choline se déplacent ensemble sous l'action du champ électrique. Le corps isolé serait donc le nitrate d'un complexe d'uranium et de choline.

CHIMIE DES COMPLEXES. — *Étude du tartrate et du stannitartrate de triéthanolamine.* Note (*) de M. **Jean Dumas**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons observé par titrimétrie que la triéthanolamine et l'acide tartrique réagissent dans la proportion d'une molécule d'acide tartrique contre deux molécules de triéthanolamine, et la réaction est fortement exothermique; toutefois, nous n'avons pu isoler le tartrate de triéthanolamine à l'état cristallisé; on obtient un liquide jaune visqueux, soluble dans l'eau et l'alcool, insoluble dans l'éther, le chloroforme et l'alcool isopropylique. Nous avons attribué à ce corps la constitution d'un sel d'ammonium quaternaire :

$$(HO-CH_2-CH_2)^3\equiv N,\ HO_2C-HOHC-CHOH-CO_2H,\ N\equiv(CH_2-CH_2-OH)^3.$$

En effet, les deux atomes d'azote sont facilement labiles et se dégagent sous l'influence des hypobromites alcalins (comme dans la triéthanolamine); de plus, ce composé donne les réactions des tartrates et de la triéthanolamine (formation du chlorhydrate, du bromhydrate et de l'iodhydrate sous l'influence des hydracides correspondants).

Le tartrate de triéthanolamine, de même que les tartrates alcalins dissout l'hydroxyde stannique.

Nous avons étudié la réaction entre le chlorure stannique, la triéthanolamine et l'acide tartrique :

Qualitativement, les choses se passent ainsi : le chlorure stannique est hydrolysé en acide chlorhydrique et hydroxyde stannique. L'acide chlorhydrique réagit sur une partie de la triéthanolamine pour donner le chlorhydrate :

$$(HO-CH_2-CH_2)^3\equiv N,\ HCl.$$

L'acide tartrique, comme on l'a vu précédemment, donne du tartrate de triéthanolamine, qui redissout l'hydroxyde stannique. Par analogie avec les stannitartrates alcalins, obtenus par action des tartrates alcalins sur l'hydroxyde stannique, suivant Rosenheim et Aron ([1]), nous avons admis la formation

(*) Séance du 28 mars 1949.

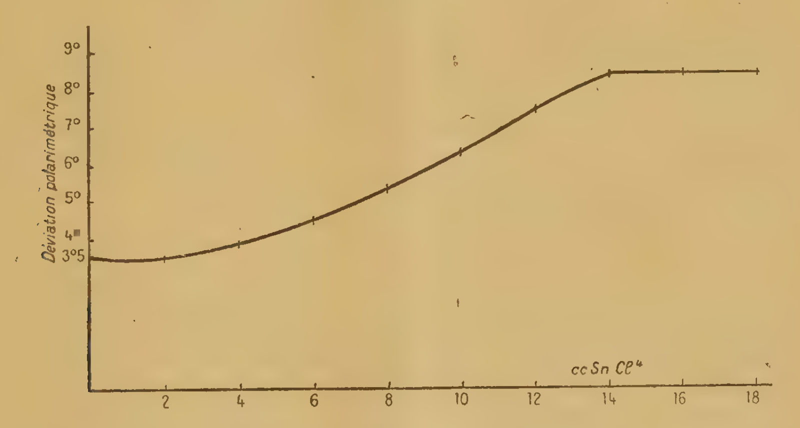
([1]) *Z. Anorg. Chem.*, 39, 1904, p. 170.

du stannitartrate de triéthanolamine par la réaction

$$SnCl_4 + H_2O + 6N{\equiv}(CH_2{-}CH_2{-}OH)^3 + HO_2C{-}HOHC{-}CHOH{-}CO_2H$$
$$\rightarrow (HO{-}CH_2{-}CH_2)^3{\equiv}N,\ HO_2C{-}OHC{-}CHO{-}CO_2H,\ N{\equiv}(CH_2{-}CH_2{-}OH)^3 \quad (\text{Sn}{=}O \text{ lié aux deux O})$$
$$+ 4[N{\equiv}(CH_2{-}CH_2{-}OH)^3, HCl] \qquad (1)$$

Étude polarimétrique de la réaction. — Solution d'acide tartrique à 75^g (0,5 mol/l). Solution de triéthanolamine à 450^g (3 mol/l). Solution de chlorure stannique à 260^g (1 mol/l). Des volumes égaux d'acide tartrique et de triéthanolamine (25^{cm^3} de chacune de ces deux solutions) étaient additionnées de quantités croissantes de chlorure stannique, et le tout était complété à 100^{cm^3} par de l'eau distillée et examiné au polarimètre dans un tube de 50^{cm^3} de long.

La courbe ci-jointe représentant les variations du pouvoir rotatoire en fonction de quantités croissantes de chlorure stannique, accuse un palier correspondant sensiblement à une molécule de tartrate de triéthanolamine contre une molécule de chlorure stannique.



Vérification par voie chimique. — Nous avons fait réagir du chlorure stannique, de la triéthanolamine et de l'acide tartrique suivant les proportions stœchiométriques de l'équation ci-dessus et l'on a dosé la triéthanolamine par l'acide chlorhydrique normal en présence d'hélianthine. Seules les molécules de triéthanolamine liées au groupement tartrique, ou bien celles pouvant se trouver en excès sont ainsi titrables suivant la réaction :

$$4HCl + (HO{-}CH_2{-}CH_2)^3{\equiv}N,\ HO_2C{-}OHC{-}CHO{-}CO_2H,\ N{\equiv}(CH_2{-}CH_2{-}OH)^3 \quad (\text{Sn}{=}O \text{ lié aux deux O})$$
$$\rightarrow SnOCl_2 + HO_2C{-}HOHC{-}CHOH{-}CO_2H + 2[(HO{-}CH_2{-}CH_2)^3{\equiv}N, HCl]$$

On a bien constaté que deux molécules seulement de triéthanolamine sur les six mises en œuvre sont ainsi dosables, ce qui est bien conforme à l'équation (1).

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des composés définis et des solutions solides que peuvent former l'oxyde de titane* TiO_2 *et les oxydes de fer.* Note de MM. **Emile Pouillard** et **André Michel**, présentée par M. Pierre Jolibois.

On sait que l'on peut préparer différents types de magnétites Fe_3O_4 ([1]) à ([4]) en substituant aux ions ferreux des ions bivalents et même des ions monovalents, ou aux ions ferriques des ions trivalents. Nous avons préparé des titanomagnétites en remplaçant un ion ferrique Fe^{+3} par un ion tétravalent Ti^{+4}, ce qui entraîne le passage d'un ion ferrique à l'état d'ion ferreux, comme l'exige la neutralité électrique de l'édifice cristallin.

La synthèse de la titanomagnétite $TiFe_2O_4$ a été effectuée par recuit sous vide soit d'un mélange $TiO_2 + 2FeO$, soit par réduction par l'hydrogène vers 900° d'un mélange de TiO_2 et de sesquioxyde de fer Fe_2O_3 en proportions convenables. L'analogie de structure entre ce corps et la magnétite Fe_3O_4 est démontrée par leur syncristallisation en toutes proportions. On observe en effet que la mise en solution solide de $TiFe_2O_4$ dans Fe_3O_4 entraîne une variation continue du paramètre de la maille cubique ainsi que du point de Curie qui s'abaisse très rapidement de 575° jusqu'à des températures inférieures à 0°. En particulier, le point de Curie est 0° pour un mélange de magnétite et de $TiFe_2O_4$ correspondant à 65 % de ce dernier corps. On peut donner à ces cristaux mixtes la formule générale

$$[Fe^{+3}_{2-2x}, \quad Ti^{+4}_{x}, \quad Fe^{+2}_{1+x}]O_4.$$

Cette étude permet une interprétation des analyses thermomagnétiques effectuées par Chevallier et Pierre ([5]) sur des produits d'origine volcanique. Ces laves et ces sables peuvent être considérés comme formés à partir des oxydes de base TiO_2, FeO et Fe_2O_3. Ces auteurs ont observé toute une gamme de points de Curie situés, suivant la composition, entre −60° et 575°.

Nous avons également effectué la synthèse de l'oxyde $TiFeO_3$ en chauffant sous vide un mélange $TiO_2 + FeO$. Ce corps est rhomboédrique et nous avons montré qu'il pouvait donner deux séries de solutions solides avec le sesqui-

---

(1) Bénard et Chaudron, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 766; Bénard, *Thèse*, Paris, 1937 et *Ann. Chim.*, 12, 1939, p. 15.

(2) Huggett et Chaudron, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1617; Huggett, *Thèse*, Paris, 1928.

(3) Michel et Pouillard, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 194.

(4) Michel et Pouillard, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 680.

(5) *Ann. Phys.*, 10, 1932, p. 18, 382.

oxyde rhomboédrique $Fe_2O_3\alpha$. La première série, à base de $Fe_2O_3\alpha$, est limitée à environ $2Fe_2O_3$, $TiFeO_3$; la seconde série, à base de $TiFeO_3$, est limitée vers $2TiFeO_3$, Fe_2O_3. Les solutions solides à base de Fe_2O_3 sont ferromagnétiques; le point de Curie de Fe_2O_3 s'abaisse progressivement à partir de 675°. Au contraire, les solutions solides à base de $TiFeO_3$ sont paramagnétiques.

Enfin, nous avons préparé un titanate ferrique $(TiO_4)_3Fe_4$ par recuit prolongé sous vide vers 900° du mélange $3TiO_2 + 2Fe_2O_3$. Cette phase déjà signalée par Hautefeuille [6] apparaît dans notre étude systématique du système $TiO_2 - Fe_2O_3$. Ce titanate ferrique est tétragonal à faces centrées (presque cubique), avec le paramètre $a = 9,30$ Å, $c = 9,50$ Å et $c/a = 1,02$. On a été conduit à admettre pour ce dernier corps une structure cristalline voisine de celle de l'eulytine $(SiO_4)_3Bi_4$ [7]. Le calcul montrerait que la distance entre certains atomes de fer est de l'ordre de 2,80 Å, distance caractéristique du ferromagnétisme dans les composés du fer [8]. Ce composé est en effet faiblement ferromagnétique et montre un point de Curie à 260°.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du fer métallique dans la poudre des minerais*. Note de M. **Michel Portessis**, présentée par M. Marcel Delépine.

Certains minerais contenant du corindon ou du diaspore, comme l'émeri et quelques variétés de la bauxite, sont extrêmement durs et présentent une grande résistance au broyage.

Dans le cas de la bauxite surtout, pour préparer un échantillon moyen, destiné à l'analyse, on est obligé de concasser une quantité considérable de minerai dans des mortiers de fer qui, par cela, subissent une usure manifeste.

La séparation par l'aimant des petites grenailles de fer, provenant du mortier et du pilon, n'est pas possible, vu la présence sûre ou éventuelle de magnétite dans le minerai. Par conséquent un dosage particulier du fer métallique dans la poudre du minerai devient nécessaire.

Pour ce dosage nous avons fait usage de l'appareil de Schlösing-Grandeau, modifié par Schulze-Tiemann, qui sert au dosage des nitrates dans les engrais, les eaux résiduaires, etc. Dans le ballon de 150^{cm^3} de l'appareil on met la poudre pesée à analyser (5 à 6^g) et l'on y ajoute 60^{cm^3} d'eau distillée. On procède ensuite par ébullition à l'expulsion de l'air contenu dans l'appareil et l'on met l'éprouvette graduée remplie de solution de potasse sur l'orifice du tube d'adduction des gaz. En pressant maintenant la pince du tube de l'introduction des liquides, on laisse arriver dans la fiole 30^{cm^3} environ d'acide

---

(6) Hautefeuille et Bourgeois, *Bull. Soc. Min.*, 9, 1886, p. 248.

(7) Ewald, *Strukturbericht*, Leipzig, 1, 1931, p. 390.

(8) Heisenberg, *Z. Phys.*, 49, 1928, p. 619; Forrer, *J. Phys.*, 7, 1935, p. 109, 186 et 501.

chlorhydrique-1.1, préparé avec de l'eau fraîchement bouillie. Le dosage est terminé lorsque tous les gaz produits dans la fiole ont été expulsés dans l'éprouvette par ébullition.

Pour la bonne exécution de l'analyse on prend toutes les précautions nécessaires, comme dans le cas du dosage des nitrates. La quantité de fer métallique contenu dans la poudre est calculée par le volume de l'hydrogène mesuré finalement dans l'éprouvette.

Ce mode de dosage nous a donné de très bons résultats dans le cas des poudres de minerais ou de roches siliceuses mélangées à de petites quantités *connues* de limaille de fer.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les sulfoniums dérivés des dialcoyl-5.5 dithio-2.4 hydantoïnes.* Note (*) de MM. **René Hazard, Jean Cheymol, Pierre Chabrier** et Mlle **Klaudia Smarzewska**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons déjà signalé ([1]) quelques propriétés chimiques et pharmacologiques de la diméthyl-5.5 dithio-2.4 hydantoïne [formule (I)].

Dans cette Note nous montrerons le caractère accepteur des atomes de soufre situés en position 2 et 4 et signalerons une transformation singulière d'un dérivé sulfonium.

Si l'on ajoute à une solution éthérée de diméthyl-5.5 dithio-2.4 hydantoïne, une quantité sensiblement équimoléculaire d'iodure de méthyle, on observe assez rapidement la séparation d'un dérivé sulfonium [formule (II)]

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \!\!>\! C_5 \!<\! \begin{matrix} NH_1-CS_2 \\ | \quad\quad | \\ CS_4-NH_3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \!\!>\! C \!<\! \begin{matrix} NH-C-S\!<\!\begin{matrix} I \\ CH_3 \end{matrix} \\ | \\ CS-NH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \!\!>\! C \!<\! \begin{matrix} NH-CS-CH_3 \\ \| \\ CS-N \end{matrix}$$

(I) (II) (III)

Ce composé répond bien à la formule (II); en effet le thioéther [formule (III)] obtenu par action du bicarbonate de sodium en milieu aqueux sur ce dérivé sulfonium [formule (II)] est isomère de position du thioéther [formule (IV)] obtenu par alcoylation directe de la diméthyl-5.5 dithio-2.4 hydantoïne dont nous avons par ailleurs ([2]) précisé la constitution et donné quelques propriétés.

Le dérivé sulfonium [formule (II)] est un composé très soluble dans l'eau fondant à 193°; toutefois ses solutions aqueuses ne sont pas stables, elles abandonnent peu à peu la diméthyl-5.5 thio-4 hydantoïne [formule (V)] prenant

---

(*) Séance du 14 mars 1949.

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1850 et 2018; **227**, 1948, p. 312 et 736; **228**, 1949, p. 958.

([2]) *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

naissance par hydrolyse acide du thioéther [formule (III)]

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NH\text{———}CS \\ C(SCH_3)=N \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NH-CO \\ CS-NH \end{matrix}$$

(IV) (V)

Ce même dérivé sulfonium [formule (II)] conservé sous l'éther se transforme lentement et partiellement en un dérivé grenat foncé que l'on peut aisément séparer du composé initial en traitant le mélange par l'eau qui dissout seulement le dérivé sulfonium [formule (II)]. Cette transformation semble plus rapide si l'on expose le dérivé sulfonium à l'action de la lumière.

La constitution de ce composé grenat insoluble dans l'eau et dans l'éther mais soluble dans l'alcool qu'il colore en rouge vif peut être établie. En effet d'une part ce composé possède un atome d'iode actif (libérant l'iode d'une solution acide d'iodure de potassium); le titrage iodométrique de l'iode libéré conduit à un poids moléculaire de 290 [théorie 300 (formule (VI)]; d'autre part le produit de réduction après départ de l'iode actif est le thioéther F 167° [formule (III)] ou la thiohydantoïne F 240° [formule (V)] selon que l'on opère en milieu neutre ou acide.

Les formules isomères (VI) et (VII) semblent donc représenter ce composé.

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NI-C-S-CH_3 \\ CS-N \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} N=CS-CH_3 \\ CS-NI \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NH-CS \\ CO-NH \end{matrix}$$

(VI) (VII) (VIII)

Signalons d'autre part que si la diméthyl-2.4 thio-2 hydantoïne [formule (VIII)] fixe aisément l'iodure de méthyle en milieu éthéré pour conduire au sulfonium [formule (IX)], la diméthyl-5.5 thio-4 hydantoïne [formule (V)] ne fixe cet iodure qu'avec une extrême lenteur en donnant le sulfonium [formule (X)]

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NH-CS<{}^{I}_{CH_3} \\ CO-NH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} > C < \begin{matrix} NH-CO \\ CS-NH \\ / \backslash \\ I \quad CH_3 \end{matrix}$$

(IX) (X)

L'atome d'hydrogène situé en position 3 [formule (I)] est donc le plus labile, le groupement thiocétonique 4 le moins acide mais le plus facilement éthérifiable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Rôle du facteur stérique dans la séparation chromatographique des cétones et de leurs oximes.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Bernard Gastambide**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré dans une précédente Note [1] que si l'on chromatographie un mélange de deux alcools isomères, celui qui s'élue le premier est l'isomère dont la fonction alcool est la plus encombrée.

Nous avons étendu ces recherches au cas des cétones et de leurs oximes et nous donnons ici les résultats obtenus avec le camphre (I) et la fenchone (II) d'une part, avec l'acétophénone (III) et la pseudobutyl-phényl cétone (IV) d'autre part, enfin avec les oximes du camphre et de la fenchone.

CH_3 ... $=O$ ... CH_3—CH_3 (I)

CH_3 ... $=O$ ... HCH ... CH_3, CH_3 (II)

$C_6H_5—CO—CH_3$ (III)

$C_6H_5—CO—C(CH_3)_3$ (IV)

L'alumine (400^g) est la même que celle de la Note précédente (intermédiaire aux forces I et II selon Brockmann). On prend 5^g de chaque corps, le mélange étant dissous dans 1 litre d'éther de pétrole.

Camphre, fenchone. — Les pouvoirs rotatoires sont pris dans la ligroïne ($c = 0{,}05$). Nous ne donnerons ici que ceux de la raie jaune du mercure. Fenchone naturelle droite É 193-193°,5 $[\alpha] + 59°{,}0$ et camphre gauche $[\alpha] - 53°{,}2$ (préparé par oxydation chromique du mélange bornéol-isobornéol utilisé précédemment). Colonne de $45 \times 3^{cm},5$.

Fraction.	Solvant (cm^3).		Corps élué (g).	$[\alpha]$.	Camphre (%).
1	Éther de pétrole.......	300	1,6	+58,6	0,4
2	»	400	0,5	+59,8	0
3	»	1 100	0,7	+56,2	3
4	benzène	1 100	2,7	−41,4	89
5	»	400	0,6	−50,9	98
6	»	2 000	0,4	−49,6	97

On voit que la séparation est excellente. On recueille seulement $6^g,5$ de produit, la perte par volatilité étant de $1^g,9$ pour la fenchone et de $1^g,6$ pour le camphre. La fenchone dont la fonction CO est plus encombrée que celle du camphre, s'élue d'abord. Cet encombrement se manifeste également par des mesures de vitesses d'oximation : dans des conditions identiques le camphre donne 36 % d'oxime alors que la fenchone n'en donne pratiquement pas ($\leqq 1{,}5$ %).

---

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1201.

Acétophénone, pseudobutyl-phényl cétone. — La pseudobutyl-phényl cétone est préparée par action du chlorure de pseudobutyl-magnésium sur le chlorure de benzoyle, purifiée par passage à l'état de semi-carbazone (F 160-160°,5) et distillée (É 227-228°); l'acétophénone (É 201-202°). Colonne de 41,5×3cm,65.

Les pourcentages en chacune des deux cétones sont déterminés par comparaison de la vitesse d'oximation de la fraction recueillie à celle de mélanges connus. La méthode est peu précise, l'acétophénone s'oximant environ 5,5 fois plus vite que la pseudobutyl-phényl cétone. Elle est néanmoins suffisante pour le but poursuivi.

Fraction.	Solvant (cm³).		Corps élué (g).	Acétophénone (%).
1	Éther de pétrole.........	200	1,05	0
2	»	200	1,25	0
3	»	400	1,25	5
4	»	800	1	24
5	»	1500	0,75	75

Les dernières fractions obtenues avec des éluants plus forts, contiennent 2g de produits de condensation de l'acétophénone, non entraînables à la vapeur d'eau et 2g,1 d'un mélange à 70 % d'acétophénone et 30 % de pseudobutyl-phényl cétone.

Oximes du camphre et de la fenchone. — Les pouvoirs rotatoires sont pris dans l'acide acétique cristallisable ($c = 0,05$) pour la raie jaune du mercure. Colonne de 40×3cm,65. Oxime de la *d*-fenchone, F 165° [α] = + 65°,8. Oxime du *d*-camphre, F 118,5-119° [α] = — 53°,6.

Fraction.	Solvant (cm³).		Corps élué. (g).	[α].	Oxime du camphre (%).
1	Benzène..............	1300	0,7	+65,0	0,7
2	Éther................	200	1,45	+66,2	0
3	»	400	1,40	+63,6	2
4	»	400	0,65	+52,8	11
5	»	3100	2	—22,2	74
6	Acétone..............	200	3,2	—34,8	84

Mentionnons également les premiers résultats obtenus sur d'autres couples. Si l'on a une séparation très faible sur un mélange de dihexyl et de dicyclohexyl cétones, par contre la dibutyl et la dipseudobutyl cétones se séparent bien ainsi que la butyl-phényl et la pseudobutyl-phényl cétones (la butyl-phényl cétone donne d'ailleurs lieu comme l'acétophénone à des phénomènes de condensation).

Dans tous les cas, *l'isomère ou l'homologue dont la fonction est la plus encombrée s'élue le premier*. On voit ainsi que, comme pour les alcools, le facteur stérique joue un rôle important dans la chromatographie des cétones et de leurs oximes.

GÉOLOGIE. — *L'évolution actuelle du delta du Rhône : phénomènes généraux.* Note de Mme **Christiane Duboul-Razavet**, présentée par M. Paul Fallot.

Le littoral du delta est instable. En recul rapide dans la région des Saintes-Maries-de-la-Mer ainsi que dans celle de Faraman où l'ancien phare jadis construit en retrait du rivage est environné par les flots, il est en progression rapide au voisinage de l'embouchure actuelle du Grand-Rhône (Grau de Roustan), ainsi que dans le Golfe de Fos. Cette différence de sens de l'évolution littorale tient évidemment au fait que les apports sédimentaires de la branche occidentale du delta (Petit-Rhône) sont aujourd'hui négligeables (en raison de la lenteur du courant) vis-à-vis de ceux du Grand-Rhône dont les eaux rapides et troubles apportent à la mer la plus grosse partie du matériel alluvial charrié par le fleuve. Toutes choses égales d'ailleurs, il semble que l'on puisse dire avec quelque vraisemblance que la charge sédimentaire des eaux (dans le sens le plus général du terme) est un des facteurs importants dont dépend le sens des actions marines littorales.

Dans l'Ouest de l'avancée médiane du delta, les flèches sédimentaires de la pointe de Beauduc sont en progression lente et continue. Leur orientation vers l'intérieur du Golfe des Saintes-Maries, en quelque sorte en sens inverse de la direction habituelle de transfert des sédiments dans la région, montre que ces flèches résultent probablement du phénomène bien connu de réfraction des lames provoqué par la courbure du littoral en cette région. L'existence et la progression actuelles de ces cordons littoraux appuyés à une côte en voie de régression (côte de Faraman) ne sont sans doute que transitoires.

Par suite de son évolution actuelle, l'embouchure actuelle (grau de Roustan) est particulièrement intéressante. Bordée de quelques îlots en voie de rattachement plus ou moins rapide au rivage et envahie par d'épaisses roselières qui favorisent le dépôt et la consolidation des alluvions, la rive droite est en voie de sédimentation rapide. Aux abords immédiats de l'embouchure, elle se complique de plusieurs crochons sédimentaires en voie d'émersion, *rebroussés vers l'amont*, parfois très allongés et dont le plus externe apparaît comme la prolongation d'un cordon littoral qui s'étend assez loin vers l'Ouest parallèlement au rivage. Les concavités abritées de ces crochets sédimentaires forment de véritables *pièges à sédiments* en voie de remblayage rapide par les ultra-fins et les vases. La rive gauche est au contraire en voie de recul rapide, souligné par l'existence presque générale d'un talus d'érosion et quelquefois par le déchaussement de végétaux primitivement établis sur le sol ferme. Le phénomène semble dû aux vagues (surtout vers l'embouchure) et à la dénivellation transversale (laquelle entraîne l'apparition d'un courant de fond compensateur dirigé en sens inverse) résultant des vents du Sud-Ouest.

A son débouché, le Grau de Roustan est partagé en deux par une île trian-

gulaire (they) de formation récente. Celle-ci s'accroît visiblement par sa côte Sud, le long de laquelle a tendance à se former, en contact presque immédiat avec le rivage, un cordon littoral étroit qui se développe surtout aux angles Est et Ouest de l'île, en passant à des crochons sédimentaires rebroussés vers l'amont (morphologiquement assez différents à l'Est et à l'Ouest en raison de l'orientation dominante des vagues) et dont là encore, les parties concaves ont tendance à jouer le rôle de pièges à sédiments. Ce mode d'accroissement de l'île, d'origine frontale et à développement latéral, remonte vraisemblablement aux premiers temps de son apparition car il existe en son centre une dépression (que l'on retrouve sur les îles plus anciennes, maintenant rattachées à la masse du delta) qui s'est sans doute trouvée isolée par le développement des premiers crochets sédimentaires et a été ultérieurement arrondie, probablement par suite de phénomènes tourbillonnaires. Le développement d'un système dunaire magnifiquement schématique sur le rivage sud du they permet de penser que les actions éoliennes jouent un rôle très important (sur lequel je ne puis insister ici) sur l'émersion et la consolidation de ces îles. L'étude granulométrique des sables du they par la méthode de A. Rivière, montre qu'ils correspondent, comme ceux du grau, à un matériel fluviatile évolué.

Les observations précédentes, faites sous la direction personnelle du professeur A. Rivière, montrent pourquoi l'évolution actuelle du delta se fait par une série de cycles successifs caractérisés par l'apparition d'îles triangulaires partageant l'embouchure en deux bras dont le plus occidental tend à se combler peu à peu, surtout par colmatage de sa rive Ouest, le bras oriental tendant à s'élargir et à prendre la prépondérance jusqu'au moment où il se divise à son tour par l'apparition d'un nouveau they. La trace de cette évolution peut être retrouvée en différentes régions du delta, surtout au voisinage immédiat de l'embouchure actuelle. Ce mécanisme explique aussi le phénomène bien connu de la migration orientale des embouchures vers le Golfe de Fos.

Les mêmes observations montrent que si le fleuve joue un rôle essentiel par la masse de ses apports sédimentaires, *la mise en place de ceux-ci dépend surtout des actions littorales*, fait qui semble être le meilleur caractère de ce type de delta. L'évolution de la partie émergée de celui-ci peut être considérée comme résultant, compte tenu des conditions océanographiques locales, de la lente évolution des profils d'équilibre littoraux sous l'effet du remblayage progressif de la partie sous-marine du delta.

On peut enfin en déduire que, en dehors des interventions humaines, le Rhône finirait par se jeter définitivement dans le Golfe de Fos où se constituerait sans doute à la longue un delta de type mississipien dont l'évolution dépend de facteurs très différents. Il en résulterait à peu près sûrement le comblement d'une grande partie du Golfe.

GÉOLOGIE. — *Sur quelques formations récentes observées dans l'Est du Sahara algérien.* Note de M. **Albert F. de Lapparent**, présentée par M. Paul Fallot.

Dans les régions sahariennes comprises entre Fort Flatters et l'ancienne frontière libyque, nous avons observé diverses formations récentes parmi lesquelles on peut tenter d'établir une succession stratigraphique.

Le calcaire de Fort Flatters. — Immédiatement au Sud de Fort Flatters, on remarque un entablement de calcaire blanc, parfois silicifié, passant latéralement à un calcaire gréseux gris ou noir. Il s'agit d'un niveau lacustre plus récent que les argiles rouges et vertes du Djoua et emboîté par rapport à la falaise cénomanienne, de 55^{m} à l'Est de Tabtab, de 65^{m} à Fort Flatters. Nous y avons récolté deux moules externes de Planorbes, malheureusement indéterminables; on y observe, en plaque mince, des tiges de Characées et des grains de quartz clastiques.

Ce terrain affleure au bord de l'erg ou bien couronne des *gour* dans toute la région de Tabtab. Il s'étend vers le Sud, reposant indifféremment sur les argiles et grès du « continental intercalaire » dans les indentations de l'erg, ou sur les grès du « continental post-tassilien » dans les *feidj* de l'Erg Issaouane. Nous l'avons retrouvé ainsi, vers le Sud-Ouest, dans le feidj Anou Edjéré et au delà de la Gara Khanfoussa; et aussi très loin à l'Est, dans l'Erg Tidjid Ekanine, à l'état de calcaires noduleux blancs et rouges.

Quel âge attribuer au calcaire de Fort Flatters ? Emboîté profondément par rapport au Tinrhert, il est nettement raviné par le Quaternaire : la vallée du Djoua a été creusée en contre-bas, de 20^{m} à l'Est de Tabtab, de 32^{m} à Fort Flatters. Ces considérations inclineraient à en faire probablement du Pliocène. Il paraît très comparable, d'une part aux calcaires de Mourzouk et du Chati tels qu'ils ont été décrits par P. Bellair [1], d'autre part aux croûtes hamadiennes du Sud-Oranais. Si nos assimilations sont exactes, on relierait ainsi par de nombreux affleurements nouveaux les formations lacustres du Sud-Oranais et celles du Fezzan, dont les points extrêmes étaient, jusqu'ici, séparés par une distance de 1200^{km}.

Les formations quaternaires du Djoua. — Après un abaissement du niveau de base par rapport au régime lacustre précédent, durant une période humide datant probablement du Quaternaire ancien, un puissant cours d'eau creusa la vallée du Djoua, en contre-bas du calcaire de Fort Flatters. Il débouchait vers l'Ouest dans une dépression située, dès cette époque, au pied des plateaux cénomano-turoniens et où aboutissait également l'oued Irharhar. Des affluents de droite de ce dernier ont, eux aussi, entaillé le calcaire lacustre précipité à l'Ouest de la Gara Khanfoussa.

---

(1) *Trav. Institut Recherches sahar.*, IV, 1947, p. 155.

Lorsque survint un changement de climat, dans un Quaternaire plus récent, le fleuve du Djoua cessa de couler avant l'Irharhar. Celui-ci, plus puissant et mieux alimenté par les montagnes du Hoggar, étendit ses alluvions jusqu'à l'entrée occidentale du Djoua, qui se trouva ainsi obstrué par un reg à dragées de quartz et galets paléozoïques.

La sécheresse s'accentue et, seuls, des torrents temporaires dévalent de la falaise cénomanienne; ils poussent leurs cônes de déjection à galets de calcaires et de silex crétacés jusqu'au milieu du Djoua, encombrant la vallée et y déterminant un chapelet de sebkras sans écoulement sur le sol argileux. Lors des pluies, des Mollusques pullulaient dans ces fonds humides; leurs coquilles demeurent maintenant sur le sol ou bien se trouvent enfouies dans les argiles remaniées. Nous avons récolté autour de Fort Flatters, et aussi dans la sebkra de Tan Elak, à 80^{km} au Sud-Sud-Ouest, les formes suivantes déterminées par M. E. Fischer : *Corbicula fluminalis* Müll. var. *saharica* Fischer, qui paraît caractériser les parties du Sahara d'où est exclu *Cardium edule*; *Hydrobia Peraudieri* Bourg.; *Melania tuberculata* Müll.; *Lymnæa Caillaudi* Bourg.; *Bulinus strigosus* Martens; *Valvata Tilhoi* Germain, décrit du Tchad, retrouvé au Fezzan (¹) et dont la région de Fort Flatters serait le troisième habitat connu; *Planorbis bridouxianus* Bourg.; *Planorbis fouladougouensis* Germain, décrit du Sénégal, retrouvé dans le Lac Édouard, au Tibesti, au Fezzan. Ainsi la région de Fort Flatters, comme le Fezzan et le Tassili des Ajjer, se rattache à l'Afrique soudanaise par une faune malacologique différente de la faune moghrébienne qui peuple, à la même latitude, le Touat et le Tidikelt.

On notera encore une formation superficielle très récente de sables rougeâtres, épais d'une douzaine de mètres, sur laquelle s'était établie une végétation d'arbustes. Les sables sont maintenant exposés à l'attaque du vent et l'érosion peut descendre jusqu'aux argiles rouges et vertes sous-jacentes. Il se forme alors de curieuses buttes coniques rongées par la déflation, au point qu'on peut attribuer une certaine part à l'action éolienne dans le déblaiement actuel du Djoua.

Les tufs et grès récents. — Signalons enfin, pour les mettre à part, des niveaux de sables plus ou moins grésifiés, contenant des tufs calcaires ou siliceux à végétaux [*Phragmites maxima* (Forsk.), plante sub-fossile au Sahara, mais vivante dans le Tchad et le Niger (¹)], que nous avons rencontrés dans les dunes vers la frontière fezzanaise : Bourarhet, Ouan Abecheu, Ouan Sidi, feidj à l'Est de l'Edjelé, In Azaoua. Il s'agit là de dépôts sub-actuels dus à des eaux ascendantes.

(¹) E. Fischer-Piette, *Bull. Muséum Hist. Nat.*, Paris, 2, XX, 1948, p. 180.

(¹) Détermination due à l'obligeance de M. E. Boureau.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'influence de la printanisation sur les glucides de l'albumen du grain de Blé.* Note (*) de M. **Roger David**, transmise par M. Henri Devaux.

L'influence des basses températures provoque pendant la printanisation des semences de Céréales (variétés d'hiver) des modifications profondes du métabolisme de la plantule, qui se traduisent morphologiquement au cours du développement de la plante par la différenciation des chaumes et des organes reproducteurs.

L'étude de ces phénomènes biochimiques a déjà fait l'objet de diverses publications ([1]). Nous avons montré notamment que le traitement provoque dans l'embryon du Blé une accumulation de glucides directement utilisables par la plantule au cours de sa croissance ultérieure. Mais il importait aussi de préciser le rôle de l'albumen, particulièrement riche en amidon, en recherchant les modifications subies pendant le traitement par cette substance de réserve. Tel est le but de la présente Note.

Nous avons utilisé pour nos recherches divers lots de Blé Vilmorin 27 de provenances différentes.

Nous avons effectué l'analyse des albumens isolés après séparation des jeunes plantules. Les dosages ont porté sur des lots témoins constitués par des albumens provenant de semences dont la germination avait lieu à 24-25° C. environ et des sujets printanisés qui avaient subi des traitements de un à deux mois environ à une température de 2° C. Nous avons utilisé la même technique que précédemment ([2]).

L'examen des résultats mentionnés dans le tableau ci-contre et des courbes que l'on peut en tirer exprimant les variations de la teneur en glucides en fonction de la longueur du coléoptile montre que, si l'on compare des plantules de même taille printanisées et témoins :

1° le poids sec de l'albumen est toujours plus faible chez les sujets printanisés;

2° la quantité de glucides solubles réducteurs et non réducteurs (dosés à l'état de sucres réducteurs après hydrolyse acide ou hydrolyse diastasique) est environ deux fois plus grande (ou davantage) dans l'albumen des sujets printanisés que dans celui des témoins;

3° la teneur en glucides insolubles (dosés à l'état de sucres réducteurs après hydrolyse acide : SO_4H_2, 1 %, 120° C. pendant 1 heure et demie) est, au contraire, toujours plus faible chez les sujets printanisés.

(*) Séance du 28 mars 1949.

([1]) R. David et J. Séchet, *C. R. Soc. Biol.*, 141, 1947, p. 459-460; R. David et J. Séchet, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 537-539; J. Séchet, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 334-336; R. Duperon, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 192-194.

Durée de germination des semences témoins et durée du traitement à 2° C. des sujets printanisés.	Caractéristiques des semences. Poids sec moyen de 50 albumens (mg).	Longueur moy. du coléoptile de la plantule correspondante (mm).	Quantité de glucides pour 1000 plantules (exprimée en mg de glucose). Glucides solubles. Réducteurs libres.	Réducteurs après hydrolyse à l'invertase.	Réducteurs après hydrolyse acide.	Glucides insolubles.
		Blé : premier lot.				
Témoin 3 jours	1,9167	3	412	712	1 333	28 031
» 3 »	1,8704	6	440	738	1 232	27 000
» 5 »	1,7867	10	740	1 260	1 577	–
» 5 »	1,6065	18	2 750	4 150	4 160	21 500
Printanisé 35 jours...	1,8305	4	1 106	1 790	2 407	23 437
» 33 » ...	1,8182	5	1 106	2 156	2 550	25 150
» 36 » ...	1,7149	11,5	1 931	2 915	3 900	18 377
		Blé : deuxième lot.				
Témoin 4 jours	2,0458	7,6	1 165	2 150	2 559	29 570
Printanisé 39 jours...	1,9155	7,5	2 190	3 931	5 131	26 050

En résumé : les basses températures provoquent dans l'albumen une accumulation de glucides solubles immédiatement utilisables par la plantule après le traitement. Cette dernière possède donc chez les sujets printanisés l'avantage d'avoir à sa disposition une plus grande quantité de glucides solubles. En outre, nous avons constaté ([2]) qu'elle est elle-même plus riche en glucides que la plantule témoin. Cet enrichissement s'opère donc aux dépens de l'albumen dont la teneur en glucides insolubles est plus faible chez les sujets printanisés que chez les témoins.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Rosacées. Développement de l'embryon chez le* Spiræa Ulmaria *L.* Note de M. **André Lebègue**, présentée par M. René Souèges.

Les recherches sur le développement de l'embryon chez les Rosacées n'ont pas encore été bien nombreuses. Seuls jusqu'ici le *Geum urbanum* L., le *Potentilla reptans* L., et le *Fragaria vesca* L., de la tribu des Potentillées, ont fait l'objet d'études embryogéniques complètes de la part de R. Souèges qui a démontré la similitude du développement de l'embryon chez ces trois espèces ([1]). Nous avons très rigoureusement suivi la marche de la segmentation

([2]) R. David et J. Séchet, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 537-539.

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1070 et p. 1197; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 70, 1923, p. 645; *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1972; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 82, 1935, p. 458.

chez le *Spiræa Ulmaria* L., de la tribu des Spirées. On sait que, dans cette tribu, les fruits sont des follicules insérés sur un réceptacle légèrement concave, tandis que les fruits des Potentillées sont des akènes ou des drupes portés par un gynophore central surélevé. Ces différences morphologiques sont assez importantes pour justifier la séparation de ces deux tribus, distinction adoptée d'ailleurs par tous les systématiciens. On pouvait se demander si des investigations embryogéniques ne feraient pas apparaître de nouvelles et plus profondes divergences.

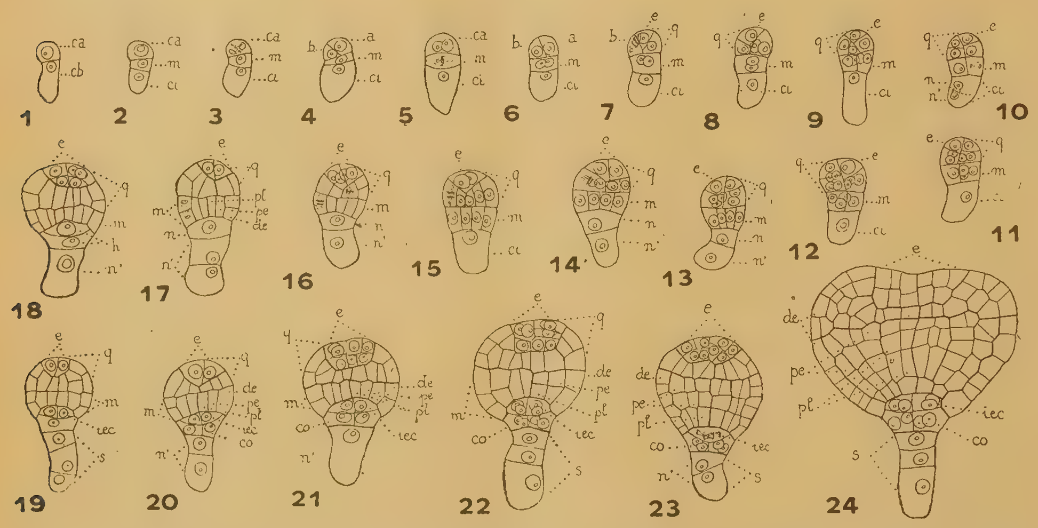


Fig. 1 à 24. — *Spiræa Ulmaria* L. — Développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire; *a* et *b*, cellules-filles de *ca*; *m*, cellule intermédiaire; *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *n* et *n'*, cellules-filles superposées de *ci*; *q*, quadrants; *e*, épiphyse; *h*, hypophyse; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, coiffe; *s*, suspenseur. G. : 270.

Chez le *Spiræa Ulmaria*, la cellule basale *cb* du proembryon bicellulaire engendre, par une cloison horizontale, une cellule médiane *m* et une cellule inférieure *ci* (*fig.* 2). La cellule apicale *ca* prend alors une paroi oblique délimitant deux cellules de taille différente, *a* plus grande et *b* plus petite (*fig.* 3 et 4). On obtient ainsi une tétrade en T de la catégorie B_2. Des cloisons cruciales méridiennes partagent la cellule *m* en quatre cellules circumaxiales (*fig.* 5 à 11). Les éléments issus de *ca* se segmentent, *a* par une cloison oblique et *b* par une paroi à peu près verticale, engendrant les quadrants *q* (*fig.* 7 à 9). Ces éléments sont disposés en tétraèdre, le quadrant du sommet *e* forme l'épiphyse. La cellule inférieure *ci* donne ultérieurement deux cellules *n* et *n'* superposées (*fig.* 10 et 13), mais elle peut rester longtemps indivise, même chez des embryons passablement âgés, comme le montrent les figures 9, 12 et 15. De toute façon, le proembryon à ce stade possède toujours quatre étages, *q*, *m*, *n* et *n'*.

Dans l'étage *q* la cellule épiphysaire *e*, origine du point végétatif de la tige, prend assez tardivement des cloisons cruciales méridiennes (*fig.* 14 à 16), puis dans les quatre cellules circumaxiales formées s'établissent des cloisons tangentielles (*fig.* 18). Les dimensions et les caractères de colorabilité du massif épiphysaire permettent de suivre ses limites jusqu'à un stade évolutif très avancé. Les trois autres quadrants sous-épiphysaires engendrent les cotylédons et des éléments qui entrent dans la construction du cylindre central

de la tige (*fig.* 11 à 24). L'étage *m* donne l'axe hypocotylé suivant les processus habituels (*fig.* 13 à 24). La cellule *n*, ou plus rarement sa cellule-fille supérieure, se convertit en une hypophyse véritable engendrant les initiales de l'écorce de la racine et le primordium de la coiffe (*fig.* 18 à 24). Les parties latérales de ce tissu se forment par segmentation tangentielle des éléments inférieurs du dermatogène de l'hypocotyle. Chez les Potentillées, l'hypophyse se différencie également à partir de la cellule *n* ou de sa fille, le plus souvent à partir de la cellule petite-fille de *n*. Nous n'avons jamais constaté une différenciation aussi tardive chez l'Ulmaire. Cette précocité de la différenciation de l'hypophyse s'accorde avec le retard dans la segmentation de *ci* et le faible développement du suspenseur. L'étage *n'* engendre quelques cellules formant un suspenseur court et non plus filamenteux comme cela est de règle chez les Potentillées (*fig.* 17 à 24).

Le développement du *Spiræa Ulmaria* présente donc d'étroites analogies avec celui des trois représentants de la tribu des Potentillées précédemment étudiés. Les lois fondamentales du développement sont les mêmes dans tous les cas. Toutes ces espèces se rattachent au type embryonomique du *Geum urbanum* [2]. Il existe, en effet, chez l'Ulmaire comme chez la Benoîte, une épiphyse issue d'une cellule petite-fille du blastomère apical *ca* du proembryon bicellulaire; l'hypocotyle provient de l'élément médian *m* de la tétrade; il se différencie une hypophyse dérivant de la cellule inférieure *ci*. On note toutefois, chez le *Spiræa Ulmaria*, un certain retard dans la segmentation de *ci*, une réduction marquée du suspenseur et une différenciation relativement précoce de l'hypophyse.

Il serait intéressant d'étudier comparativement le développement de l'embryon chez beaucoup d'autres Rosacées pour savoir s'il ne se rencontrerait pas des variations plus ou moins importantes dans cette vaste famille, dite par enchaînement, dont les caractères morphologiques sont assez disparates et les affinités systématiques encore si discutées.

CRYPTOGAMIE. — *Métachromatine et pseudovacuoles des Cyanophycées.* Note (*) de M. **Raymond Dughi**, présentée par M. Auguste Chevalier.

La cellule végétative de la gonidie bleue du *Kœrberia biformis* Mass. constitue, ainsi que nous l'avons signalé [1], tant par ses dimensions relativement grandes (16-18$^{\mu}$ de largeur) que par la clarté de son contenu, un objet des plus favorables pour les recherches cytologiques, auquel nous nous sommes adressé afin de préciser certains de nos résultats antérieurs sur les inclusions cellulaires des Cyanophycées.

La disposition non massive de leur corps central en un réseau hyalin

---

(2) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, 3e fascicule, *Première période du système embryogénique*, Paris, 1948, p. 47.

(*) Séance du 28 mars 1949.

(1) *Rev. gén. de Bot.*, 53, 1946, p. 412-450.

filamenteux bien distinct du chromoplasme et muni d'apophyses, ou en un simple filament plus ou moins ramifié, semblable à un fragment de fil de fer barbelé, comme aussi une moindre teneur en métachromatine (²), nous ont permis d'apporter plus de rigueur dans la localisation des corpuscules métachromatiques. On constate, en effet, que le filament central porte ordinairement, *incluses dans sa masse*, des granulations réfringentes, dont les plus petites se situent à la limite de la visibilité microscopique, et qui, sur une portion déterminée du corps central, peuvent être exactement comptées et repérées.

A chacune de ces granulations, après emploi des diverses méthodes de colorations vitales et non vitales, correspond un corpuscule métachromatique caractérisé par l'ensemble de ses propriétés (³), tandis que, par suite de l'action des acides sur la colorabilité des corpuscules et du gonflement qu'ils provoquent, d'autres corpuscules, également inclus dans le filament central et d'abord infravisibles, apparaissent en petit nombre et viennent s'ajouter aux corpuscules primitifs. Tous ces corpuscules, déjà bien localisés dans un corps central étroit, sont susceptibles d'une localisation plus stricte encore : les colorations progressives au bleu de méthylène du matériel frais ou fixé à l'aide de liquides simples ou de mélanges capables de conserver la métachromatine (⁴), de même que les préparations à l'hématoxyline ferrique, montrent qu'ils siègent, lorsqu'ils sont de faibles dimensions, sur le filament fondamental du corps central, et non dans la gaine étroite de *nucléoplasme* qui l'enveloppe irrégulièrement.

Il est aisé de se convaincre, au cours des essais d'acido-résistance des colorations par les bleus métachromatiques dans l'acide sulfurique à 1 % en volume sur du matériel non fixé (réaction I de Meyer) ou sur du matériel fixé (réaction If de Meyer), que les corpuscules métachromiques du corps central sont les seuls de la cellule et que ceux qu'on a notés dans le chromoplasme y sont toujours dans des annexes du corps central. C'est là, nous semble-t-il, en dehors

---

(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1375-1377.

(³) L'acido-résistance de la coloration des corpuscules par les bleus métachromatiques est supérieure à celle de la coloration du corps central; elle comporte deux degrés : l'acido-résistance de la forme normale bleue du colorant et l'acido-résistance de la forme métachromatique rouge, cette dernière bien supérieure à la première et compliquée d'alcoolo-résistance. L'acido-résistance de la coloration rouge du corpuscule est par ailleurs plus faible que celle de la même coloration chez la substance fondamentale du cartilage ou chez quelques mucilages exsudés en faible quantité par des Cyanophycées filamenteuses (*Phormidium favosum*).

Les corpuscules métachromatiques des Cyanophycées sont acidophiles à l'état frais (bleus acides, éosine, fuchsine acide, etc.); ils perdent cette propriété après fixation à l'alcool. Contrairement à la basophilie, l'acidophilie des corpuscules résiste assez longtemps à l'action des alcalis.

(⁴) Le Bouin cuprique fait au moins disparaître la basophilie des corpuscules.

des arguments que nous avons précédemment présentés (*loc. cit.*), une raison suffisante pour écarter l'hypothèse de la précipitation vers le corps central d'une métachromatine dissoute dans les *vacuoles* nées de l'action des colorants vitaux, car ni l'alcool ni le formol, par exemple, ne sont capables de faire naître de telles vacuoles et d'autre part ne fixent dans le chromoplasme aucun amas de substance douée des caractères de la métachromatine (⁵). Du reste, ici comme ailleurs, les pseudovacuoles à contenu chromotrope engendrées par les colorants vitaux ne procèdent pas de vacuoles condensées contenant de la métachromatine et ne sont le siège d'aucune précipitation de cette substance; c'est, après leur décoloration et le départ de l'eau qu'elles laissent sur place, un dépôt colorable en rouge vif dans les acides forts et la vanilline chlorhydrique.

Chez la gonidie du *K. biformis* la formation de ces pseudovacuoles ne nécessite même pas l'action des colorants : l'eau distillée suffit à les faire apparaître après une à deux heures, en un point quelconque du chromoplasme des cellules des trichomes extraits du prosoplectenchyme du lichen. Elles ont alors toutes les propriétés des pseudovacuoles dues aux colorants ou au vieillissement des cellules, notamment la chromotropie, qu'il faut attribuer, selon nous, à la démixtion de certains composants du chromoplasme destinés à la sécrétion des gaines et des gelées.

Ainsi, sans envisager à cette place le problème de la migration de la métachromatine du corps central vers un chromoplasme très basophile, nous conclurons, contrairement à une notion répandue, que la métachromatine des Cyanophycées, localisée à l'état de corpuscules dans les corps centraux de ces Schizophytes, ne s'y rencontre jamais à l'état de solution dans un suc vacuolaire.

MYCOLOGIE. — *L'immersion des Champignons levuriformes dans les milieux de culture solides.* Note de MM. **Philippe-Jacques Luteraan** et **Maurice Langeron**, présentée par M. Léon Binet.

Une levure ensemencée à la surface de gélose nutritive inclinée peut, au bout d'un temps qui varie, présenter un développement en profondeur accompagné de filaments ou de pseudo-filaments relativement importants. Cette immersion (¹), toujours secondaire à une phase du développement végétatif en surface (¹), peut prédominer dans certaines conditions expérimentales.

(⁵) M. et Mme A.-Ch. Hollande (*Arch. de Zool. exp.*, 84, 1946, fasc. IX) pensent comme nous que le corps central contient des corpuscules métachromatiques; ils identifient à ces derniers des grains colorés par la fuschsine d'Altmann qu'ils observent sur le « spirémoïde » dans des préparations de *Phormidium Retzii* traitées par une méthode spéciale. Pour eux, la métachromatine centrale passerait, après solubilisation, dans les vacuoles du chromoplasme.

(¹) Langeron et Talice, *Ann. de parasit.*, 10, 1932, p. 1-80, pl. I-V.

L'immersion est un élément morphologique de détermination; elle fait défaut, sur milieux équilibrés en azote et en glucides, chez les *Debaryomyces*, les *Hansenula*, les *Torulopsis*, les *Mycoderma* et en général chez les *Saccharomyces*. Elle est prononcée chez les *Pichia*, les *Candida* des groupes *Albicans* et *Krusei*, chez *C. Tropicalis*, *C. Lipolytica*.

L'immersion est subordonnée à la capacité de filamentisation nulle en anaérobiose.

Elle diminue avec l'augmentation de la concentration en glucides dans un espace confiné s'il y a équilibre azoté du milieu, elle augmente avec elle s'il y a déséquilibre azoté, facteur qui accroît constamment la lipogénèse ([2]) et l'on trouve des enclaves lipidiques importantes au niveau des éléments immergés.

Les substances dont l'assimilation nécessite la déshydrogénation préalable : acides succinique et lactique, glycérol (comme source unique de carbone) favorisent l'immersion et la lipogénèse.

Avec une immersion presque totale apparaît une assimilation adaptive de certains sucres, saccharose, lactose, chez des levures à pouvoir réducteur puissant telles que *Candida krusei* et *C. Lipolytica*. Cette assimilation aboutit notamment à la production de lipides.

La synthèse de corps très réduits est donc liée à des processus de déshydrogénation; ceux-ci sont très limités en anaérobiose et la lipogénèse absente fait alors défaut chez les levures.

Leucine, tyrosine, tryptophane élèvent le Q_0z ([3]), favorisent particulièrement la lipogénèse ([4]), ([5]) et l'immersion. *La cystéine empêche l'immersion et il y a production de glycogène cellulaire au lieu de lipides.*

La déshydratation entraîne une filamentisation abondante ([6]), l'immersion et une lipogénèse accrue.

Les facteurs précités ont une action convergente sur le potentiel d'oxydoréduction cellulaire; il est particulièrement bas chez les levures puisqu'il y a réduction du vert Janus au niveau des éléments cellulaires en aérobiose et sur milieux équilibrés, que la levure soit ou non pourvue d'un pouvoir fermentaire; cette réduction, hâtée par l'adjonction de cystéine, est absente sur milieux à la tyrosine ou déséquilibrés en azote.

L'oxygène exerce une action d'ordre catalytique sur les fonctions essentielles : multiplication cellulaire ([7]), protéogénèse. La tension en oxygène, telle qu'elle nous paraît normale, est déjà excessive pour les levures qui s'y adaptent en

---

([2]) HEIDE, *Archiv f. Mikrob.*, **10**, 1939, p. 135.
([3]) BÉRAUD, *C. R. Soc. biol.*, **131**, 1939, p. 708.
([4]) RAAF, *Archiv f. Mikrob.*, **12**, 1941, p. 132.
([5]) LUTERAAN, LANGERON et MÉRY, *Comptes rendus*. **228**, 1949, p. 338.
([6]) LANGERON et GUERRA, *Ann. de parasit.*, **16**, 1938, 55.
([7]) Observations de Pasteur, Denys-Cochin, H. T. Brown et observations personnelles.

s'immergeant et en excrétant les corps très réduits et autoxydables que sont les lipides; ces manifestations et d'autres ([5]) relèvent d'une *fonction antioxygène physiologique* compensant l'activité desmolytique ([5]).

Les circonstances entraînant l'immersion, sauf si elle est spontanée, sont défavorables à la protéogénèse chez ces organismes à métabolisme variable. La variation inverse de la lipogénèse et de la protéogénèse ([2]), ([4]) n'est pas sous la simple dépendance de la tension en ammoniaque intra-cellulaire ([4]), elle relève de l'état d'oxydo-réduction imposé par les circonstances de milieu et de culture à l'équilibre $-SH \rightleftharpoons -S-S-$, le groupe sulfhydrile actif étant présent dans le glutathion et de nombreuses diastases, notamment la succino-déshydrase ([8]).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de l'acide phénylborique sur la germination de quelques Apétales.* Note (*) de M. **Fernand Caujolle** et Mlle **Georgette Bergal**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Depuis que M. G. Bertrand a signalé en 1903 le rôle du bore en biologie végétale, l'influence de cet élément sur la germination et le développement végétatif des Phanérogames a été étudiée suivant les techniques les plus diverses; ces techniques ont fait intervenir le bore à des concentrations extrêmement variables, mais toujours sous forme de combinaisons minérales, le plus généralement sous forme d'ion borique $BO_3H_2^-$.

Il nous a paru intéressant de rechercher quelle pourrait être l'influence de combinaisons organiques du bore, combinaisons dans lesquelles cet élément serait lié directement au carbone et non susceptible de libérer l'ion simple $BO_3H_2^-$. A cette fin, de l'acide phénylborique a été préparé et purifié très soigneusement; le produit utilisé fondait à 217°.

Nous avons étudié comparativement, dans les mêmes conditions de technique, l'influence de l'acide borique et de l'acide phénylborique sur la germination et le développement des plantules de trois Dicotylédones Apétales Centrospermées, plantes rustiques, abondamment répandues dans les terres cultivées de nos climats : *Chenopodium murale* (Chénopodiacées), *Portulacca oleracea* (Portulaccacées), *Amarantus retroflexus* (Amarantacées); les graines ont été utilisées un an après leur récolte.

L'extraordinaire diffusion du bore rend presqu'illusoire, dans l'état actuel de nos techniques, la possibilité d'expérimenter dans des milieux rigoureusement exempt de cet élément. Sa présence normale dans toutes les graines constitue à elle seule une impossibilité d'observer une germination dans un milieu exempt de bore. Ces considérations nous ont incités à limiter les teneurs

---

([8]) Hopkins et Morgan, *Bioch. J.*, 30, 1936, p. 1446.

(*) Séance du 28 mars 1949.

minima éprouvées à 5.10^{-12} pour l'acide borique et à 1.10^{-11} pour l'acide phénylborique (concentrations isobores).

Des boîtes de Pétri de 100^mm de diamètre sont garnies d'une nappe de coton hydrophile recouverte d'une rondelle de papier filtre. Les boîtes contiennent toutes la même quantité de coton (2^g) qui est lui-même imbibé de 25^cm³ de la solution du produit éprouvé dissous à des concentrations de 10^{-11} à 10^{-3} dans de l'eau bidistillée tamponnée à pH 6 à l'aide de phosphates alcalins très purifiés.

Pour chaque concentration essayée, 100 graines de chaque espèce sont ensemencées, et pendant toute la durée de l'expérience, les boîtes sont maintenues à 22° (± 3°).

L'apparition des premiers signes de la germination se situe en moyenne le quatrième jour après l'ensemencement pour l'amarante, le troisième jour pour le pourpier, et le cinquième jour pour le chénopode, sauf toutefois dans le cas où une certaine dose du produit essayé se révèle inhibitrice; pour les témoins et les doses non toxiques, le pourcentage maximum de germination est atteint en moyenne le quatrième jour après l'apparition des premières germinations.

Les pourcentages de germinations obtenus ont été les suivants :

Acide borique (P. M. = 62).

Concentration de l'acide borique.	Chenopodium (%).	Amarantus (%).	Portulacca (%).
0 (Témoin)	74	73	40
5.10^{-12}	86	76	56
5.10^{-11}	90	75	61
5.10^{-10}	85	78	49
5.10^{-9}	80	54	36
5.10^{-8}	77	62	43
5.10^{-7}	86	76	54
5.10^{-6}	82	76	49
5.10^{-5}	88	60	37
5.10^{-4}	87	85	47

Acide phénylborique (P. M. = 122).

Concentration de l'acide phénylborique.	Chenopodium (%).	Amarantus (%).	Portulacca (%).
0 (Témoin)	78	90	49
10^{-11}	75	64	45
10^{-10}	79	87	40
10^{-9}	88	69	33
10^{-8}	73	69	25
10^{-7}	73	85	39
10^{-6}	71	74	30
10^{-5}	78	90	33
10^{-4}	89	61	40
10^{-3}	39	8	6

Ces données permettent de conclure que le pourcentage des germinations n'est pas sensiblement influencé pour des concentrations en acide borique de 5.10^{-12} à 5.10^{-4}, tandis qu'au contraire l'acide phénylborique, indifférent jusqu'à 10^{-5} pour Amarantus et 10^{-4} pour Chenopodium et Portulacca, devient nettement inhibiteur au-dessus de ces concentrations.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la réaction du milieu sur la précipitation de quelques esters phosphoriques avec une protéine des amandes.* Note de MM. **Jean Courtois** et **René Barré**, présentée par M. Maurice Javillier.

Mnich ([1]) a montré que les protéines végétales fournissent avec l'acide inositohexaphosphorique une combinaison presque insoluble à pH 3,1 et totalement redissoute soit en milieu plus alcalin que pH 6,0, soit en milieu plus acide que pH 1,0. D'autres auteurs, dont Hellot et Machebœuf ([2]), ont observé que de telles combinaisons insolubles vers pH 3,0 à 4,0, se forment avec diverses protéines globulaires d'origine végétale ou animale. Nous nous sommes proposé de rechercher si ce caractère est spécifique de l'acide inositohexaphosphorique ou s'observe avec d'autres esters phosphoriques.

Nos essais ont été réalisés avec de la conamandine, fraction albuminique des protéines d'amande douce. Elle a été débarrassée de l'acide inositophosphorique associé en précipitant ce dernier sous forme de sel de calcium à pH 10,0; la conamandine est ensuite purifiée par dialyse à pH 7,0 puis précipitation vers son point isoélectrique à pH 5,0. La substance obtenue renferme 0,2 % de phosphore et par relargage se comporte comme une protéine homogène. A la solution de conamandine nous ajoutons le sel sodique du composé phosphoré étudié et de l'acide chlorhydrique N/10 en quantités variables; nous centrifugeons après 15 minutes, puis déterminons la teneur en azote total du liquide surnageant et la quantité de composé phosphoré fixé par le précipité.

Les résultats obtenus ont permis de classer les corps étudiés en deux principaux groupes (courbes I et II où nous avons rassemblé les résultats obtenus avec trois composés phosphorés à comportement typique).

1. Le premier groupe comprend les deux dérivés minéraux étudiés : les acides orthophosphorique et pyrophosphorique, et deux monoesters les acides β glycérophosphorique et phénylphosphorique. La conamandine qui, en l'absence de composés phosphorés, précipite de pH 5,5 à 4,4, est alors insolubilisée en présence de ces composés de pH 6,0 à pH 3,4 environ; le point isoélectrique est légèrement déplacé vers la zone de plus forte acidité. Le précipité formé ne retient qu'une assez faible proportion de composé phosphoré.

([1]) *Bull. Intern. Ac. Pol. Sc. et Let.*, 1926, p. 123.
([2]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 29, 1947, p. 817.

A ce premier groupe, il est possible d'adjoindre l'acide phosphoglycolique et les acides saccharosemonophosphorique et fructosediphosphorique; la zone

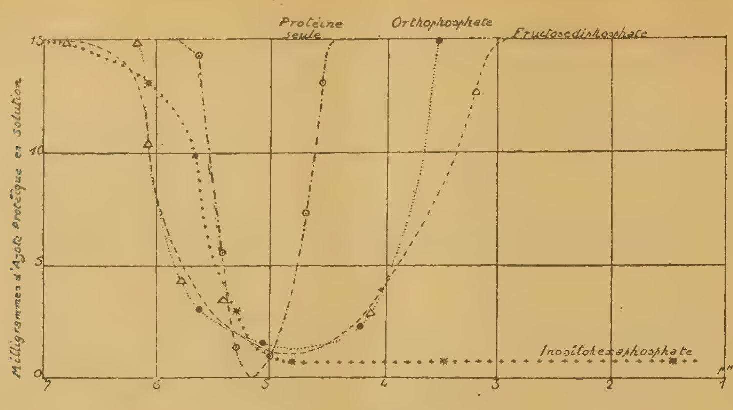


Fig. 1.

de pH où précipite la conamandine est un peu plus étalée que pour les composés précédents.

2. Le deuxième groupe comprend les acides benzylphosphorique, méthyl-2-dioxy-1.4 naphtalènediphosphorique (synkavit) ainsi que l'ester hexaphosphorique et un ester triphosphorique de l'inositol. Ces quatre corps se

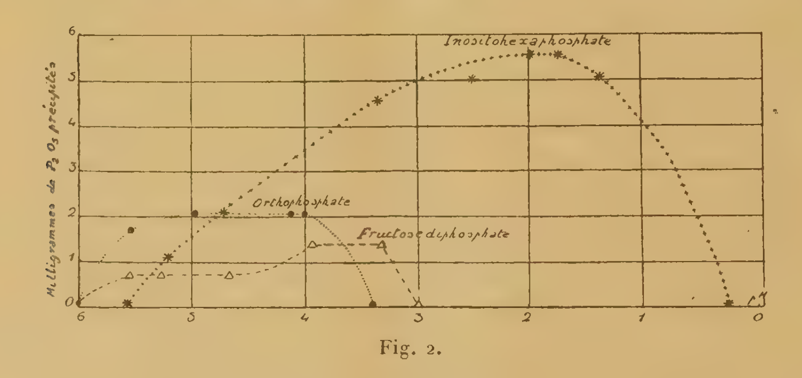


Fig. 2.

comportent d'une façon très voisine : précipitation de la conamandine débutant à partir de pH 6,0, devenant presque totale vers pH 4,8; les différences essentielles avec les composés du premier goupe résident dans les trois faits suivants :

a. Le précipité ne se redissout pas en milieu plus acide que pH 2,0.

b. Le rapport P/N dans le précipité ne varie sensiblement pas avec le pH pour lequel s'est effectuée la précipitation.

c. La teneur en phosphore du précipité est beaucoup plus élevée (jusqu'à 3 %).

Il résulte de ces essais que tous les composés phosphorés étudiés peuvent former des composés insolubles avec la protéine d'Amande étudiée. A l'excep-

tion de l'acide phénylphosphorique, ce sont les esters de dérivés cycliques porteurs d'hydroxyles qui fournissent les combinaisons à la fois les plus insolubles en milieu acide et les plus riches en phosphore.

Les comportements analogues des acides saccharosemonophosphorique et fructosediphosphorique dans le groupe I, de même que les comportements sensiblement identiques des esters tri- et hexaphosphoriques de l'inositol dans le groupe II, semblent indiquer qu'il n'existe pas de relation entre la précipitation de l'ester et le nombre de fonctions ester phosphorique fixées sur sa molécule.

Cette aptitude des composés phosphorés à s'unir aux protéines peut être rapprochée de la possibilité que manifestent, soit les acides nucléiques pour se combiner aux protéines, soit les co-enzymes phosphorés pour s'unir aux apo-enzymes holoprotéidiques.

HISTOLOGIE. — *Modifications histologiques de l'appareil vestibulaire sous l'influence de la streptomycine.* Note de M. **Raoul Caussé** et Mlle **Isabelle Gondet**, présentée par M. Justin Jolly.

L'utilisation thérapeutique intensive de la streptomycine, en particulier dans le traitement de la tuberculose, a montré que cet antibiotique possède une toxicité élective pour l'appareil vestibulaire. Pour élucider les différents problèmes posés par l'existence de cette toxicité, nous avons entrepris des recherches expérimentales et montré que la Souris est particulièrement sensible à la streptomycine ([1]). Sous l'influence de cette substance, à la dose quotidienne de 15 à 30^{mg}, les animaux prennent au bout d'une dizaine de jours le comportement des souris dites valseuses et cessent de réagir aux diverses épreuves vestibulaires.

Un des problèmes qu'il importait avant tout de résoudre était relatif au siège des lésions responsables de la perturbation fonctionnelle vestibulaire. Théoriquement on peut incriminer, soit l'organe sensoriel périphérique, soit le nerf, soit les noyaux vestibulaires centraux. Actuellement l'opinion générale des auteurs qui ont abordé expérimentalement cette question est que les lésions siègent dans le système nerveux central ([2]), ([3]), ([4]), ([5]), ([6]), ([7]). Cette

---

([1]) R. Caussé, I. Gondet et B. Vallancien, *C. R. Soc. Biol.*, 142, 1948, p. 747.

([2]) C. W. Mushett and H. S. Martland, *Arch. Pathol.*, 42, 1946, p. 619.

([3]) L. D. Stevenson, E. Alvord and J. W. Correll, *Proc. Soc., Exp. Biol. Med.*, 65, 1947, p. 86.

([4]) A. Glorig and E. P. Fowler, *Ann. Otol.*, 56, 1947, p. 379.

([5]) J. Winstow, F. H. Lewey, A. Parenteau, P. A. Marden and F. B. Cramer, *Ann. Otol.*, 57, 1948, p.738.

([6]) L. Ruedi, W. Furrer, F. Escher und F. Luthy. La référence exacte de ce travail ne nous est pas connue au moment où nous rédigeons cette Note.

([7]) L. E. Floberg, C. A. Hamberger and H. Hyden, *Acta Oto Laryng.*, 75,1948 p. 36.

opinion se fonde sur les constatations histologiques faites dans le système nerveux au moyen de diverses techniques, et d'autre part sur le fait que les auteurs qui ont examiné l'organe périphérique ne lui ont reconnu aucune anomalie (Ruedi, Glorig).

Nous avons étudié, suivant les techniques usuelles, après fixation par perfusion, le labyrinthe de trois souris présentant les signes indiscutables de l'intoxication vestibulaire par la streptomycine, totale pour deux d'entre elles, incomplète pour la troisième. Le sacrifice a lieu de 5 à 6 semaines après la fin des injections.

Cette étude nous a révélé des altérations très importantes : 1° disparition des cils des cellules sensorielles sur les trois crêtes ampullaires et sur les macules utriculaire et sacculaire. Cette disparition était moins complète chez la Souris dont les réactions vestibulaires n'étaient pas totalement supprimées au moment du sacrifice; 2° atrophie générale de l'épithélium des cinq terminaisons sensorielles vestibulaires se traduisant par une moindre hauteur de cet épithélium pouvant aller jusqu'à la moitié de celle d'un organe normal. De même les dimensions des crêtes et des macules sont sensiblement réduites, cet aspect étant particulièrement évident sur la macule sacculaire : sur les plus inférieures des coupes horizontales le saccule apparaît vide alors que normalement la macule descend jusqu'à la partie inférieure de celui-ci.

L'organe de Corti ne paraît pas intéressé par le processus, en particulier les cils des cellules sensorielles externes et internes sont présents. Les examens du système nerveux, actuellement en cours, ne nous permettent pas de dire s'il s'y trouve des modifications pathologiques électives.

Conclusions. — Les troubles de l'équilibration engendrés par la streptomycine chez la Souris sont la conséquence des altérations des cinq terminaisons sensorielles stato-cinétiques vestibulaires. Ces conclusions n'excluent pas la possibilité d'une atteinte simultanée du système nerveux. Au cas où celle-ci aurait une localisation élective, il faudrait se demander si elle ne devrait pas être interprétée comme une dégénération secondaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la vitamine* A *sur la* détoxication *du benzoate de sodium par l'organisme du Rat.* Note de MM. **Paul Meunier**, **Raymond Ferrando**, **Jacques Jouanneteau** et Mlle **Georgette Thomas**, présentée par M. Maurice Javillier.

On sait depuis longtemps que l'acide benzoïque et les benzoates alcalins introduits dans l'organisme des Mammifères en sont éliminés après conjugaison avec le glycocolle, sous forme d'acide hippurique. On sait moins bien d'où doit provenir le glycocolle utilisé dans ce phénomène de *détoxication*. Le glycocolle

alimentaire augmente certainement la tolérance à l'acide benzoïque ([1]). Cependant Griffith et Wendel ([2]) ont montré que l'addition à un régime normal de 1,5 % de benzoate de sodium détermine déjà chez le Rat une perte de poids importante, probablement due à la fonte tissulaire libérant la quantité de glycocolle requise par la masse de benzoate ingéré. En 1939, Rittenberg et Schœnheimer ([3]) ont confirmé, en administrant en même temps à des rats du glycocolle marqué par l'isotope ^{15}N et du benzoate de sodium, que l'acide hippurique excrété ne provenait que pour une part du glycocolle ingéré, les 2/3 de cet acide ne renfermant pas d'azote marqué. Remarquons que le régime donné dans les expériences précédentes ([2]) renfermait 2 % d'huile de foie de morue. Nous nous sommes demandé quelle pouvait être l'influence de la vitamine A dans le phénomène de détoxication du benzoate, pensant ainsi avoir l'occasion d'étudier le rôle de la vitamine A dans un des processus du métabolisme protéique, métabolisme auquel cette vitamine paraît bien prendre une part directe ([4]). C'est ainsi que nous avons soumis huit groupes de rats à un régime de base carencé en vitamine A, à partir duquel nous avons réalisé différentes combinaisons permettant de mettre en évidence l'effet sur la courbe de croissance et la survie, de la vitamine A, du benzoate, du glycocolle, soit séparément, soit ensemble.

La carence en vitamine A, comme il fallait s'y attendre, précipite singulièrement l'intoxication benzoïque quand celle-ci n'est pas neutralisée par un apport de glycocolle (voir les groupes 2 et 3). Par contre, les résultats des groupes 2 et 4 établissent nettement l'influence favorable du glycocolle exogène sur l'intoxication benzoïque du Rat carencé en vitamine A. Cette observation tendrait à prouver que, chez le Rat carencé en vitamine A, le glycocolle exogène, pourvu qu'il soit en quantité suffisante, annihile l'effet toxique du benzoate et même tout se passe comme si la carence en vitamine A se manifestait moins vite chez l'animal qui reçoit à la fois le poison et le contre-poison.

Quant aux résultats des groupes 5, 6, 7 et 8, ils illustrent, surtout pour le dernier, l'action favorable de la vitamine A dans l'intoxication benzoïque. C'est ainsi que 20^{γ} par jour de vitamine A font disparaître toute perturbation de la courbe de poids due à l'intoxication. Le comportement du Rat, dans l'intoxication benzoïque, apparaît donc fondamentalement différent selon qu'il est carencé en vitamine A ou qu'il reçoit des doses relativement élevées de cette vitamine. Dans le premier cas, il semble demander à la fonte musculaire

---

([1]) W. H. GRIFFITH et H. B. LEWIS. *J. Biol. Chem.*, 57, 1923, p. 1.

([2]) *J. Biol. Chem.*, 82, 1929, p. 415.

([3]) *J. Biol. Chem.*, 127, 1939, p. 329.

([4]) M. JAVILLIER et L. EMERIQUE, *C. R. du IVe Congrès des Industries agricoles*, Bruxelles 1935, t. II, p. 33 et M. JAVILLIER, in *Exposés de Biochimie médicale*, t. I, 1935, p. 106.

le glycocolle nécessaire; dans le second cas, il paraît capable de synthétiser les quantités requises de glycocolle sans que sa courbe de poids en soit affectée. Comme les réserves hépatiques, même après 20γ par jour, demeurent faibles, et que la carence en vitamine A est précipitée par l'intoxication benzoïque (groupe 3), on peut, à la suite de ces expériences, très raisonnablement envisager que la vitamine A est directement impliquée dans la synthèse du glycocolle par l'organisme.

Résultats des actions conjuguées ou séparées de la vitamine A, du benzoate et du glycocolle sur la survie et la croissance du Rat carencé en vitamine A.

Groupe n°	Nombre de rats.	Régime de base (*) additionné de :	Nombre moyen des jours de survie.	Gain de poids hebdomadaire moyen (g).	Réserve hépatique en vitamine A.
1 (témoin).	3	2γ,5 de vitamine A par jour	∞	4,60	–
2.........	4	Néant	78	1,87	Nulle
3.........	3	Benzoate Na 2%	30	0,16	»
4.........	5	Benzoate Na 2% + glycocolle 150mg par jour (**)	101	2,38	»
5.........	4	Benzoate Na 2% + vit. A 2γ,5 à 15γ par jour	55	1,73	Variable (de nulle à faible)
6.........	3	Benzoate Na 2% + vit. A 2γ,5 par jour + glycocolle 150mg (**)	∞	3,24	Moyenne
7.........	3	Benzoate Na 2% + vitamine A 10γ par jour	21	1,15	Nulle ou moyenne
8.........	4	Benzoate Na 2% + vitamine A 20γ par jour	∞	8,26	Faible

(*) Régime de base : caséine 150, sucre cristallisé 700, levure de bière pulvérisée 80, mélange salin 40, huile d'arachide privée de vitamine A 30.

(**) Cette quantité correspond à la masse de benzoate de sodium ingéré chaque jour par le Rat.

BIOCHIMIE DE L'HÉRÉDITÉ. — *Nouveaux résultats sur la teneur absolue en acide désoxyribonucléique du noyau cellulaire. Cas particulier des érythrocytes d'Oiseau.* Note de M. **Roger Vendrely** et Mme **Colette Vendrely** [1], transmise par M. André Boivin.

Les recherches d'Avery et collaborateurs, de Boivin, Vendrely et collaborateurs, sur le curieux phénomène des mutations dirigées chez les bactéries, ont

(1) Avec l'assistance technique de Mlle Knobloch.

conduit à penser que l'acide désoxyribonucléique, ou mieux « les » acides désoxyribonucléiques, jouent un rôle capital comme substratum des caractères héréditaires, comme constituants caractéristiques des gènes. Si cette hypothèse est exacte, à travers toute l'échelle des êtres vivants, des bactéries aux Vertébrés supérieurs, la teneur absolue en acide désoxyribonucléique des noyaux cellulaires d'une espèce animale, dans les différents organes et chez différents individus, doit être aussi immuable que l'équipement génétique qu'elle représente. D'autre part, après la réduction chromatique, cette teneur doit être diminuée de moitié dans les gamètes. C'est ce que nous avons pu vérifier chez l'espèce Bœuf (²), en isolant les noyaux du foie, du pancréas, du rein, du thymus d'une part, des spermatozoïdes, d'autre part, et en dosant l'acide désoxyribonucléique qu'ils contiennent (en associant à ce dosage une numération — au moyen d'une cellule compte-globules — des noyaux de la suspension obtenue, il est facile d'obtenir la teneur absolue d'un seul noyau).

Ces faits étant établis, nous avons étendu nos investigations à un certain nombre de Mammifères : Souris, Lapin, Cobaye, Porc, Chien, Cheval, Mouton, Homme et Bœuf. Les différents résultats obtenus chez ces Mammifères s'échelonnent entre 5,0 et $6{,}4 \times 10^{-6}\ \gamma$; ils sont par conséquent fort proches les uns des autres. On peut donc dire déjà que, dans le groupe si homogène des Mammifères, la teneur du noyau en acide désoxyribonucléique reste sensiblement la même dans les différentes espèces. Nous nous proposons d'exposer plus complétement ces résultats dans une publication ultérieure, la présente Note ayant essentiellement pour objet de résoudre un problème qui s'est posé lorsque nous avons abordé l'étude de Vertébrés autres que les Mammifères, en particulier les Oiseaux : il s'agit des cellules sanguines nucléées, qui restent présentes en grand nombre dans tous les organes de l'animal, même lorsqu'on prend la précaution de le saigner soigneusement. A partir d'un organe tel que le foie, on isole en effet, outre les noyaux du tissu hépatique, une proportion importante de noyaux d'érythrocytes. Il est permis de se demander si leur présence ne vient pas éventuellement fausser les résultats. Il s'agit en effet de noyaux appartenant à des cellules étroitement spécialisées, dont le cytoplasme est considérablement simplifié, cellules qui ne se diviseront plus. Ont-elles conservé le même équipement génétique et, conformément à notre hypothèse, la même teneur en acide désoxyribonucléique que les autres cellules somatiques, beaucoup plus complexes?

Pour nous en assurer, nous avons expérimenté sur le Canard. Dans un premier temps, nos études ont porté sur les noyaux d'érythrocytes. A partir de sang recueilli dans un tube à centrifuger (100^{cm^3}) contenant un peu d'héparine, les hématies ont été séparées par centrifugation, lavées à

(²) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1061 ; *Experientia*, IV, 1948, p. 434.

plusieurs reprises au sérum physiologique hépariné, puis hémolysées au moyen de saponine. Nous avons obtenu de cette façon, très rapidement, une suspension très pure de noyaux d'érythrocytes et, sur cette suspension, nous avons effectué numération et dosages d'acide désoxyribonucléique, suivant les méthodes déjà décrites.

Par ailleurs, en utilisant également notre technique habituelle, nous avons préparé des suspensions de noyaux de foie des mêmes canards (suspensions qui contenaient des proportions importantes et variables, 10, 20, 30 % de noyaux d'érythrocytes suivant l'efficacité de la saignée).

Dans tous les cas, les teneurs obtenues en acide désoxyribonucléique, rapportées à un seul noyau, ont été sensiblement identiques, à savoir 2 à $2,3 \times 10^{-6} \gamma$, qu'il s'agisse de suspensions d'érythrocytes uniquement, ou qu'il s'agisse du mélange de noyaux, en proportions variables, obtenu à partir du foie.

En conclusion, il se confirme que chez cette espèce d'Oiseau, comme chez les nombreuses espèces de Mammifères que nous avons déjà étudiées, la teneur du noyau en acide désoxyribonucléique apparaît comme une constante. D'autre part, il faut souligner que les noyaux d'hématies ont la même valeur que les noyaux des autres organes et, par conséquent, qu'en dépit de l'extrême simplification de la cellule à laquelle ils appartiennent, essentiellement un sac cytoplasmique bourré d'hémoglobine, ils n'en contiennent pas moins l'équipement complet en gènes.

MICROBIOLOGIE. — *Transformations réciproques des formes* R *et* ER *chez le pneumocoque*. Note de Mlle **Harriett E. Taylor**, présentée par M. Robert Courrier.

J'ai décrit précédemment l'apparition sporadique, au sein d'une souche *rough* (R) de pneumocoque, de mutants à colonies *rough extrême* (ER) et j'ai montré que ces mutants pouvaient être reconvertis en R sous l'action d'un agent transformant isolé à partir des souches R (sans capsule) ou S (*smooth* encapsulée) [1]. L'agent transformant en question présente les caractéristiques d'un acide désoxyribonucléique et est, par conséquent, analogue aux principes responsables des transformations de types sérologiques [2], [3].

---

(1) H. Taylor, *Colloque sur « Les unités biologiques douées de continuité génétique »*, (*C.N.R.S.* Paris 1948).

(2) O. T. Avery, C. M. Mac Leod et M. Mc Carty, *J. Exper. Med.*, 79, 1944, p. 137.

(3) A. Boivin, A. Delaunay, R. Vendrely et Y. Lehoult, *Experientia*, 1, 1945, p. 334.

J'ai pu établir maintenant que la transformation réciproque, de R en ER, est également possible. L'expérience a été réalisée de la façon suivante : on prépare une culture fraîche de la souche R dans le milieu utilisé pour les expériences de transformation de R en S (²) qu'on place à 37°. Deux heures après l'inoculation on lui ajoute la fraction désoxyribonucléique de pneumocoques ER et, après une nouvelle incubation de trois heures, on l'étale sur milieu gélosé, en boîte Pétri. Parmi les colonies qui apparaissent sur ce milieu, 0,1 % environ sont du type ER. Puisque la forme ER ne possède pas d'avantage sélectif sur la forme R dont elle dérive, cette proportion doit être très proche de celle des bactéries effectivement transformées. On se rappellera que dans les transformations de ER en R, et de R en S, les formes nouvelles sont au contraire très avantagées : on obtient en conséquence des populations dans lesquelles la forme induite représente 80 pour 100 des effectifs totaux. Mais on sait que cette proportion est de loin supérieure à celle des bactéries effectivement transformées (⁴).

La possibilité de l'induction de transformations réciproques entre les bactéries R et ER réduit le nombre d'hypothèses possibles quant aux relations génétiques entre ces deux formes, et au mécanisme des transformations. On pouvait en effet penser, tant que seule la transformation de R en S était connue, que celle-ci était due à l'introduction de l'agent transformant S dans un « récepteur » laissé inoccupé à la suite de la mutation S→R. La possibilité de transformations réciproques est, de toute évidence, incompatible avec une telle interprétation. La mutation des pneumocoques R en ER comporte apparemment deux changements : *a*. la disparition de l'agent transformant R, apte à transformer la forme ER en R (¹); *b*. l'apparition d'un nouvel agent, ER, capable d'effectuer la transformation inverse. L'interprétation la plus simple de ces faits est que l'agent R lui-même est muté en agent ER. Un corollaire de cette hypothèse est que les bactéries ER, quelque déficient que soit leur phénotype, possèdent le même nombre de déterminants génétiques que les bactéries R. Des transformations réciproques apparaissent donc comme des réactions d'échange entre un agent transformant présent dans le milieu et un agent homologue dans la bactérie. Une telle interprétation convient également à une autre transformation induite, précédemment décrite chez le pneumocoque (¹).

(⁴) M. Mc Carty, H. Taylor et O. T. Avery, *Cold Spring Harbor Symp. on Quant. Biol.*, 11, 1946, p. 177.

MICROBIOLOGIE. — *Sur les modifications apportées par la streptomycine à la structure d'une cellule bactérienne. Étude au microscope électronique.* Note de M. **Georges H. Werner**, présentée par M. Gaston Ramon.

Une Note de M. Machebœuf et de ses collaborateurs, récemment parue ici-même ([1]), attire notre attention sur des résultats, non encore publiés, obtenus par nous, au cours de recherches qui avaient pour but de suivre, au microscope électronique, l'action de divers agents sur la cellule bactérienne.

Nous avons, en particulier, examiné au microscope électronique l'effet de la streptomycine sur une suspension dans l'eau distillée neutre, de cellules lavées de *Bacillus subtilis* (souche *Caron*). Cette suspension est réalisée à partir du culot de centrifugation d'une culture en milieu synthétique liquide, au cours de la phase de croissance active. Le sulfate de streptomycine est ajouté à l'eau distillée neutre, avant la mise en suspension, à une concentration de 0,5 mg/ml ou de de 0,1 mg/ml (concentrations voisines de celles utilisées par les auteurs cités).

L'observation au microscope électronique est faite, à divers intervalles, au cours des trois premières heures qui suivent la mise en suspension. Nous avions constaté, en effet, qu'un séjour, un peu prolongé, simplement dans l'eau distillée pure, entraînait par lui-même des altérations morphologiques considérables et de types divers, risquant d'induire en erreur. Les préparations, obtenues par dépôt d'une goutte de la suspension sur un treillis collodionné et séchage rapide dans le vide, sont ombrées à l'or, selon la technique de Williams et Wyckoff ([2]).

Nous avons observé alors, que, dans ces conditions, l'action de la streptomycine était rapide et brutale. Après un court contact en présence de 0,5 mg/ml d'antibiotique, le corps microbien n'a plus de contours définis; des particules assez volumineuses s'échappent de sa périphérie et le fond de la préparation apparaît couvert d'une substance amorphe s'étendant d'un bacille (ou de ce qui en reste) à l'autre. Dans le cas de doses plus faibles (0,1 mg/ml), l'action est plus lente : la paroi cellulaire présente, par endroits, des cavités régulières et un matériel granuleux est répandu dans le champ de la préparation. Le cytoplasme lui-même apparaît intact, bien que de volume réduit : ce n'est qu'après plusieurs heures de contact que la structure cellulaire est complètement détruite.

On conçoit que de pareilles modifications de la surface microbienne et la

---

([1]) *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 720-722.
([2]) *J. Appl. Physics*, **17**, 1946, p. 23.

production d'une abondante substance intercellulaire puissent entraîner l'*agglutination* observée par M. Macheboeuf et ses collaborateurs.

Si les bacilles, avant d'être mis en suspension dans la solution de streptomycine, sont *fixés* par agitation dans l'alcool absolu, puis lavés, on observe que les altérations morphologiques causées par l'antibiotique sont beaucoup moins brutales. Au-dessous de la paroi cellulaire, le cytoplasme prend un aspect crênelé, tandis que de volumineux débris structurés sont répandus dans le champ de la préparation. Mais, dans ces conditions, les bacilles gardent leur forme, même après un long séjour dans la solution d'antibiotique.

Les microphotographies illustrant ces observations seront publiées ultérieurement.

Il convient de noter que l'action de la streptomycine, à des concentrations identiques, s'exerçant sur le même bacille, mais, cette fois, au sein du milieu de culture dans lequel ce bacille se développe, est tout à fait *différente*. Nous l'avons décrite précédemment avec E. Kellenberger ([3]), ([4]) : elle se manifeste moins rapidement et se traduit par une turgescence élevée de certains bacilles ; dans d'autres bacilles, par une réduction extrême du volume du cytoplasme qui semble dès lors contracté à l'intérieur de l'enveloppe cellulaire ; enfin, dans de nombreux cas, par la sortie du cytoplasme (dont la forme et les contours restent parfaitement nets) hors de l'enveloppe.

M. Macheboeuf et ses collaborateurs ont constaté que le phénomène d'agglutination ne se produisait également que dans le cas des suspensions bactériennes dans l'eau distillée. Compte tenu des modifications facilement observables que la suspension dans l'eau distillée inflige rapidement à l'équilibre d'une cellule bactérienne, cette *différence* n'en conduit pas moins à supposer qu'à côté de son activité antibactérienne propre, la streptomycine puisse, dans des conditions spéciales, avoir des effets qualifiables de purement cytochimiques.

La différence de comportement, à cet égard, entre les formes R et S, observée par M. Macheboeuf et ses collaborateurs, confirme encore ici le fait déjà connu ([5]) de la plus grande stabilité des suspensions des bactéries possédant des antigènes somatiques.

([3]) *Experientia*, IV, 1948, **11**, p. 440.

([4]) *Bull. Ac. Suisse Sc. Méd.*, **4**, 1948, p. 263-274.

([5]) J. A. Arkwright, *J. Path. and bact.*, **23**, 1920, p. 358-360.

MICROBIOLOGIE. — *Sur les formes géantes (formes d'involution) que maintes bactéries peuvent donner sous l'effet d'actions nocives très diverses et sur leur signification.* Note de MM. **Robert Tulasne**, **Raymond Minck** et Mme **Andrée Minck** [1], transmise par M. André Boivin.

Dans des publications antérieures [2] nous avons indiqué (en donnant la bibliographie) les transformations spectaculaires que peuvent subir diverses bactéries sous l'action de la pénicilline. Depuis lors, nous avons observé des faits nouveaux dans le même domaine. Rappelons, par exemple, que le staphylocoque, extrêmement sensible à l'antibiotique, donne des formes 2 à 3 fois plus grosses que normalement, pourvues de 5 à 6 noyaux, mais qui évoluent très rapidement vers la lyse; que le bacille du charbon, bien moins sensible, montre un extraordinaire gonflement de certains de ses articles compris entre deux cloisons et que dans les boules qui s'organisent ainsi et peuvent atteindre 5, 10, 15^{μ} de diamètre, il est fréquent de rencontrer des formations nucléaires désoxyribonucléiques ayant des milliers et des milliers de fois le volume normal d'un noyau ordinaire; que le colibacille, encore moins sensible, forme des filaments non cloisonnés atteignant des centaines de μ, le long desquels s'alignent des centaines de noyaux; ici encore, il est fréquent d'assister à la formation de boules contenant des noyaux atypiques et géants; les *Salmonella*, les *Proteus* se comportent de même.

Beaucoup plus que le rappel de ces faits, nous visons à organiser l'ensemble de nos résultats en une synthèse explicative.

Notons tout d'abord que la pénicilline est loin d'avoir le monopole d'une pareille action. Les rayons X et aussi des réactifs chimiques fort divers (sels, urée, etc.) peuvent conduire à des résultats du même ordre, avec toutefois cette particularité que les effets obtenus se montrent extrêmement variables d'un réactif et d'une espèce bactérienne à l'autre. Dans tous les cas, il apparaît qu'on se trouve en présence d'un retard des divisions cytoplasmiques sur les divisions nucléaires, amenant une accumulation des noyaux et même une multiplication, sur place, de la matière nucléaire. Comment interpréter ces noyaux géants dont nous venons de parler?

On doit songer à l'analogie qu'offrent les chromosomes géants de *Drosophila*. Sans doute, dans les deux cas, chaque gène du noyau normal se trouve-t-il remplacé par une véritable colonie de gènes identiques. Un bien curieux phénomène a été décrit par Dienes [3], dont l'interprétation de la part de cet auteur a fait à l'époque quelque bruit. Si l'on vient à semer, sur une plaque de gélose,

---

(1) Avec l'assistance technique de Mme Leplingard et de Mlle Muller.

(2) Spécialement : *Arch. Sci. Physiol.*, 1, 1947, p. 307.

(3) *Cold Spring Harbor Symp. quant. Biol.*, 11, 1946, p. 51.

deux souches différentes de *Proteus*, il n'est pas rare, dans la région où s'affrontent les colonies, de voir apparaître des boules. Dienes pense être en présence d'une manifestation sexuelle. Pour notre part, nous n'avons jamais souscrit à cette interprétation et nous avons toujours pensé à l'entrée en jeu de quelque banal phénomène d'antibiose. Une preuve, par analogie, du bien-fondé de ce point de vue, vient d'être apportée par Welsch et ses collaborateurs ([4]). Ces auteurs ont montré que des formes géantes typiques apparaissent quand on fait agir une colicine sur un colibacille sensible à son action.

Ainsi se montre, en pleine lumière, l'extraordinaire plasticité morphologique et cytologique dont sont capables les bactéries. Mais les choses vont plus loin encore, comme l'un d'entre nous va le montrer dans une prochaine Note. Sous l'action de la pénicilline, un germe aussi banal que *Proteus* peut donner, non seulement des formes géantes, mais encore des formes naines, submicroscopiques et filtrantes. Ajoutons que le passage est possible, dans les deux sens, des formes naines aux formes bacillaires banales.

La séance est levée à 16h 10m.

R. C.

([4]) *C. R. Soc. Biol.*, 142, 1948, p. 1452.

ERRATA.

—

(*Comptes rendus* du 7 février 1949.)

Note présentée le 24 janvier 1949, de M. *Félix Bertaut*, Étude aux rayons X de la répartition des dimensions des cristallites dans une poudre cristalline :

Page 492, 33ᵉ ligne, *au lieu de* $\rho_\infty S$, *lire* $\rho_\infty s$.
» 493, 17ᵉ ligne, *au lieu de* l'on a peut, *lire* l'on peut.
» 494, légende de la figure, *au lieu de* $L = \mathfrak{M}^2/\mathfrak{M}$, *lire* $L = \overline{\mathfrak{M}^2}/\overline{\mathfrak{M}}$.

(*Comptes rendus* du 14 mars 1949.)

Note présentée le même jour, de M. *Maurice Dumas*, Interprétation de résultats de tirages exhaustifs :

Page 904, ligne 3 en remontant, au numérateur de $E[U_1]$, *au lieu de*

$$u(n_1+1) - n + n_1 - 1, \quad \textit{lire} \quad u(n_1+1)^2 - n_1^2 + 2n_1.$$

Note présentée le 7 mars 1949, de MM. *Jean Rosset* et *René Pâris*, Sur la variation des propriétés des acétates de cellulose au cours de leur désacétylation homogène par l'ammoniaque :

Page 922, 6ᵉ ligne, *au lieu de* 0,4 à 0,6 m³/g, *lire* 0,4 à 0,6 m²/g.